

## 9 moderna fizika

### 9.1 delci v polju

1. Elektrone pospešimo z napetostjo 80 kV in jih usmerimo v prečno homogeno električno polje, ki ima jakost  $E = 5000 \text{ V/cm}$ . Koliko se odklonijo od prvotne smeri, ko preletijo 20 cm dolg kondenzator?
2. Protone pospešimo z napetostjo 40 kV in jih usmerimo v prečno homogeno električno polje, ki ima jakost  $E = 500 \text{ V/cm}$ . Koliko se odklonijo od prvotne smeri, ko preletijo 10 cm dolg kondenzator?
3. Kolikokrat moramo proton pospešiti z napetostjo 10 kV, da bo v homogenem magnetnem polju z gostoto 20 mT krožil po radiju 26 cm? Kolikšna bo tedaj njegova hitrost?

**Rp:** iz  $\frac{mv^2}{r} = e_o v B \rightarrow v = 498 \text{ km/s}$

nato iz  $\frac{1}{2}mv^2 = e_0 U \rightarrow U = 1295 \text{ V}$  in še  $N = \frac{U}{U_0} = 0.1295 \times$

4. S kolikšno napetostjo moramo pospešiti elektrone, da bodo v homogenem magnetnem polju z gostoto 3 mT krožili po radiju 50 cm? Kolikšna bo tedaj njihova hitrost?
5. Kolikšna je gostota magnetnega polja, po katerem krožijo elektroni s kinetično energijo 10 keV s frekvenco 10 GHz?
6. S kolikšno frekvenco krožijo protoni s kinetično energijo 20 keV v homogenem magnetnem polju z gostoto 0,5 T? Po kolikšnem radiju krožijo?
7. Vodna kapljica s polmerom 1 mm pada enakomerno s hitrostjo 5 cm/s v homogenem električnem polju z jakostjo 1 kV/cm. Silnice imajo smer navzdol. Kolikšen je naboj kapljice? Gostota zraka je  $1,2 \text{ kg/m}^3$ , koeficient upora za kapljico pa 0,4.
8. Ploščati kondenzator sestavljata navpični plošči, visoki 10 cm in oddaljeni 2 cm. Med ploščama je napetost 300 V. Ob zgornjem robu ene od plošč spustimo kapljico z maso 0,1 g in nabojem 10 nAs. Razdalja med spodnjima deloma plošč in tlemi je 20 cm. Kako daleč od mesta navpično pod točko, v kateri smo jo spustili, pade kapljica na tla?
9. Ploščati kondenzator sestavljata navpični plošči, visoki 20 cm in oddaljeni 1 cm. Med ploščama je napetost 100 V. Ob zgornjem robu ene od plošč spustimo kapljico z maso 0,3 g in nabojem 30 nAs. Razdalja med spodnjima deloma plošč in tlemi je 60 cm. Kako daleč od mesta navpično pod točko, v kateri smo jo spustili, pade kapljica na tla?
10. Proton in delec  $\alpha$ , ki sta spočetka mirovala, preideta enako pospeševalno napetost. Po pospeševanju je celotna energija protona enaka  $1/3$  celotne energije delca  $\alpha$ . Kolikšna je bila pospeševalna napetost?

### 9.2 še relativistično

1. Kolikšna je gibalna količina protona s kinetično energijo 1 GeV? Lastna energija protona je 938 MeV! Kolikšen je radij tira po katerem se giblje proton s to energijo po prečnem homogenem magnetnem polju z gostoto 1 T?
2. Radij tira, po katerem se giblje proton v prečnem homogenem magnetnem polju z gostoto 0,8 T, je 5 m. Kolikšna je gibalna količina, kolikšna hitrost in kolikšna kinetična energija protona? Kolikšne vrednosti bi dale za te količine Newtonove enačbe? Lastna energija protona je 938 MeV!
3. S kolikšno napetostjo moramo pospešiti elektrone, da bodo v homogenem magnetnem polju z gostoto 0,3 T krožili po radiju 50 cm? Kolikšna bo tedaj njihova hitrost? Lastna energija elektrona je 0,51 MeV!
4. Kolikokrat moramo proton pospešiti z napetostjo 10 kV, da bo v homogenem magnetnem polju z gostoto 2 T krožil po radiju 26 m? Kolikšna bo tedaj njegova hitrost? Lastna energija protona je 938 MeV!

5. Elektrone pospešimo z napetostjo 40 kV in jih usmerimo v prečno homogeno električno polje, ki ima jakost  $E = 500 \text{ V/cm}$ . Koliko se odklonijo od prvotne smeri, ko preletijo 10 cm dolgo pot v električnem polju? Kolikšno je razmerje med klasičnim in relativističnim rezultatom? Lastna energija elektrona je 0,51 MeV!
6. Protone pospešimo z napetostjo 40 kV in jih usmerimo v prečno homogeno električno polje, ki ima jakost  $E = 500 \text{ V/cm}$ . Koliko se odklonijo od prvotne smeri, ko preletijo 10 cm dolgo pot v električnem polju? Kolikšno je razmerje med klasičnim in relativističnim rezultatom? Lastna energija protona je 938 MeV!

### 9.3 relativnostna teorija

1. Vesoljska ladja potuje s tretjino svetlobne hitrosti do zvezde, ki je oddaljena 40 svetlobnih let in nazaj na Zemljo. Koliko časa traja potovanje za opazovalce na Zemlji in koliko časa za opazovalce na vesoljski ladji? Pospeševanje zanemari! Kolikšna energija je potrebna, da vesoljsko ladjo z maso 20 t pospešimo do tolikšne hitrosti?
2. S kolikšno hitrostjo mora potovati vesoljska ladja do 10 svetlobnih let oddaljene zvezde in nazaj na Zemljo, da bo čas potovanja za potnike na ladji 10 krat krajši, kot za opazovalce na Zemlji? Kolikšna je kinetična energija vesoljske ladje, ki potuje s tolikšno hitrostjo?
3. Elektroni s hitrostjo  $0,99c$  razpadajo v letu z razpolovnim časom 61 ns. Kolikšen je njihov lastni razpolovni čas, to je razpolovni čas v mirovanju? Kolikšna je njihova kinetična energija?
4. Nabiti pioni razpadajo v mirovanju z razpolovnim časom 18 ns. Kolikšen je razpolovni čas teh delcev v letu, če imajo hitrost  $0,5c$ ? Kolikšna je tedaj njihova kinetična energija, če je lastna energija 140 MeV?
5. Radioaktivni izotop nekega elementa razpade v letu pri hitrosti  $0,996c$  z razpolovnim časom 45 ns. Kolikšen je razpolovni čas v mirovanju?
6. Kolikšna se zdi razdalja med 500 km oddaljenima mestoma pionom, ki se gibljejo s hitrostjo  $0,99c$ ?
7. Kolikšna je hitrost elektrona, ki je preletel napetost 510 kV, če je spočetka miroval? Lastna energija elektrona je 0,51 MeV!
8. Kolikšna je hitrost protona s kinetično energijo 10 MeV? Kolikšna bi bila kinetična energija po Newtonovi enačbi? Lastna energija protona je 938 MeV!

### 9.4 avogadrov zakon

1. V sod z 200 l vode damo kapljo ( $m = 0,02 \text{ g}$ ) alkohola  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  in vodo dobro premešamo. Koliko molekul alkohola je v kaplji z maso 0,03 g, ki jo potem vzamemo iz soda?
2. V sod z 200 l vode damo kapljo ( $m = 0,04 \text{ g}$ ) alkohola  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  in vodo dobro premešamo. Koliko molekul je v kaplji z maso 0,1 g, ki jo potem vzamemo iz soda?
3. Izračunaj približno, kako velika je molekula vode! Računaj, kot da so molekule vode kroglice, ki se med seboj tiščijo in ki so kockasto razporejene!
4. Izračunaj, kolikšen je razmik med ioni v kristalu kuhinjske soli! Gostota soli je  $2,15 \text{ g/cm}^3$ .
5. Koliko atomov vodika je v  $13 \mu\text{g}$  vode?
6. Koliko atomov vodika je v 30 g metana?
7. Koliko atomov kisika je v  $18 \mu\text{g}$  ogljikovega dioksida?
8. Koliko atomov kisika je v 25 g plinastega kisika?

## 9.5 fotoefekt

1. Kolikšna je najkrajša valovna dolžina v rentgenski svetlobi, ki jo dobimo, če damo na rentgensko cev napetost 60 kV?

**Rp:** Najprej vzamemo enačbo:

$$U \cdot e_0 = (h \cdot c) / (\lambda) \text{ Nato iz nje izrazimo } \lambda \text{ in poračunamo:}$$

$$\lambda = (h \cdot c) / (U \cdot e_0) = 2,1 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

2. Kolikšna mora biti najmanj napetost, da dobimo v rentgenski svetlobi, ki jo daje bakrena anoda, spektralno črto bakra z valovno dolžino 0,154 nm?
3. Neka fotocelica oddaja elektrone samo, če posvetimo nanjo s svetlobo, ki ima valovno dolžino manjšo od 700 nm. S kolikšno največjo hitrostjo izstopajo elektroni iz katode, kadar jo osvetljujemo s svetlobo, ki ima valovno dolžino 400 nm? Kolikšno napetost lahko preletijo ti elektroni?
4. Kolikšno napetost lahko preleti elektron, ki ga je iz kovine izbil foton svetlobe z valovno dolžino  $\lambda = 0,4 \mu\text{m}$ ? Mejna valovna dolžina kovine je  $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$ . Kolikšna je njegova hitrost ob izstopu iz fotokatode?
5. Izstopno delo za cezij je 1,94 eV. Najmanj kolikšna mora biti energija vpadlih fotonov, da še lahko izbijajo elektrone iz cezijeve plošče? Izračunaj valovno dolžino te svetlobe in ugotovi, ali je to vidna svetloba!
6. Kolikšno je izstopno delo fotokatode, če je hitrost izbitih elektronov  $6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  in na katodo svetimo s svetlobo valovne dolžine  $\lambda = 45 \text{ nm}$ ?
7. Kolikšen tok bi morala dajati fotocelica pri osvetlitvi z 1 lumnom (= 0,0015 W) rumene svetlobe ( $\lambda = 560 \text{ nm}$ ), če bi vsak foton izbil po en elektron? – V resnici dobimo manjši tok, na primer samo 10 mA. Kolikšen je v tem primeru kvantni izkoristek, to je kvocient števila izbitih elektronov s številom vpadlih fotonov?
8. Kolikšna je osvetlitev fotocelice, če nanjo svetimo z rumeno svetlobo ( $\lambda = 560 \text{ nm}$ ) in teče skozi tok 1 mA? Upoštevaj, da vsak foton izbije po en elektron? – V resnici dobimo manjši tok. Kolikšen je tok, če je kvantni izkoristek, to je kvocient števila izbitih elektronov s številom vpadlih fotonov,  $\eta = 2\%$  ?

## 9.6 energijska stanja

1. Izračunaj prve štiri valovne dolžine Lymanove serije! (Svetloba, ki nastane, ko vodik prehaja iz višjih vzbujenih stanj v osnovno stanje.)
2. Izračunaj prve štiri valovne dolžine Paschenove serije! (Svetloba, ki nastane, ko vodik prehaja iz višjih vzbujenih stanj v drugo vzbujeno stanje.)
3. Koliko atomov vodika mora biti v vodikovem laserju, če hočemo imeti svetlobni curek s svetlobnim tokom 1 mW pri valovni dolžini  $\lambda = 656 \text{ nm}$ ? Izkoristek laserja je 5%. Kolikšna je prostornina tega plina pri navadnem tlaku in sobni temperaturi?
4. Živosrebrna obločnica z močjo 1 kW oddaja 70% moči kot svetlobo. 2% svetlobe imata valovno dolžino  $\lambda = 612,3 \text{ nm}$ . Koliko fotonov emitira obločnica vsako sekundo v svetlobi s to valovno dolžino?
5. Enačbe preuredimo v namišljene brezdimenzijske ekvivalente in pišemo: elektron in jedro čutita privlačno silo  $F_E = \frac{1}{r^2}$ , elektron kroži okoli jedra in njegova centrifugalna sila je  $F_C = \frac{v^2}{r}$ . Valovna dolžina elektrona je  $\lambda = \frac{1}{v}$  in pogoj za stabilno (možno) orbito je, da je obseg kroga po katerem kroži elektron celoštevilski večkratnik njegove valovne dolžine ( $2\pi r = n\lambda$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Ta zahteva pomeni, da je elektron v svoji valovni, nelokalizirani sliki povsod zvezen in gladek. Kakšna je energija možnih stabilnih orbit  $E_n$  v odvisnosti od  $n = 1, 2, 3, \dots$ , če veš, da se celotna energija zapiše kot  $E = \frac{v^2}{r} - \frac{1}{r}$ ? Na podoben način je Danski fizik in filozof Niels Bohr izpeljal prvi triumfalen rezultat nove fizik - kvantne mehanike in napovedal energijsko lestvico za vodikov atom. Ne prestrašite se teksta, naloga je lahka, potrebno je samo združiti enačbe. Glej še nadlogo 25 v dinamika ==> gravitacija!

## 9.7 jedrske reakcije

1. Izračunaj koliko energije se sprosti ob jedrski reakciji:  ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{H} + {}^1\text{H}$ ? (Masa devterija je 2,01410 u, masa tritija 3,01605 u in masa vodika 1,00738 u.)

**Rp:** Če seštejemo masi devterija, ki reagirata v reakciji  $2 \cdot 2,01410 \text{ u} = 4,02820 \text{ u}$  in ju primerjamo z vsoto mas tritija in vodika  $3,01605 \text{ u} + 1,00738 \text{ u} = 4,02343 \text{ u}$  ugotovimo, da je po reakciji skupna masa tritija in vodika manjša, kot je bila skupna masa obeh devterijev pred reakcijo.

Razlika mas  $\Delta m = 4,02343 \text{ u} - 4,02820 \text{ u} = -0,00477 \text{ u}$  se je spremenila v energijo:

(če se masa zmanjša se energija sprosti, če pa je masa po reakciji večja, kot pred njo, potem za reakcijo potrebujemo energijo)

$$E = |\Delta m| \cdot c^2 =$$

$$= 0,00477 \text{ u} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 0,00477 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2$$

$$E = 7,1 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 4.45 \text{ MeV se sprosti pri reakciji.}$$

2. Izračunaj koliko energije se sprosti ob jedrski reakciji:  ${}^{14}\text{N} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^{17}\text{O} + {}^1\text{H}$ ? (Masa dušika je 13,99923 u, masa helija 4,00151 u, masa kisika 16,99474 u in masa vodika 1,00728 u.)

**Rp:** Računamo kot pri prejšnji nalogi!

3. Kolikšna je reakcijska energija za reakcijo:  ${}^2\text{H} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{n}$ ? (Masa devterija je 2,014102 u, masa tritija 3,016050 u, masa helija 4,00260 u in masa nevtrona 1,008665 u.)

**Rp:** Tudi ta naloga se rešuje kot prva:

najprej seštejemo masi pred reakcijo in po njej ter jih primerjamo!

Vseeno bi lahko zapisal račun, kajne!

4. Kolikšna je reakcijska energija za reakcijo:  ${}^{144}\text{Nd} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^{140}\text{Ce}$ ? (Mase:  ${}^{144}\text{Nd}$  : 143,91013 u,  ${}^4\text{He}$  : 4,00260 u,  ${}^{140}\text{Ce}$  : 139,90548 u)

**Rp:** Najprej je treba od mase neodima odšteti masi cerija in helija, nato pa vse skupaj pomnožiti z 934 MeV. Dobimo rezultat: 1,9 MeV energije se sprosti ob te reakciji.

5. Kolikšna je reakcijska energija pri razpadu nevtrona?

6. Kolikšna je reakcijska energija pri razpadu protona?

7. Kolikšna je reakcijska energija za reakcijo:  ${}^1\text{H} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{e}^+$ ? (Masa vodika je 1,00759 u, masa tritija 3,016050 u, masa helija 4,00260 u in masa elektrona  $9,1095 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

8. Kolikšna je reakcijska energija za reakcijo:  ${}^6\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^3\text{He}$ ? (Masa litija je 6,01539 u, masa vodika 1,00759 u, masa helija 4,00260 u in masa helija 3 3,01590 u)

## A zanimive naloge

### A.1 problemi

1. Idealni plin si lahko predstavljamo kot množico idealno prožnih kroglic, ki se prosto gibljejo. Ugotovi, kako je s tlakom, povprečno kinetično energijo . . . pri takšnem plinu! Kako se izračuni ujemajo z meritvami?
2. Koliko je razlika specifičnih toplot  $c_p - c_v$  pri idealnem plinu in koliko je razmerje specifičnih toplot  $\frac{c_p}{c_v}$ ?
3. Zakaj ljudje še vedno uporabljamo toplotne stroje?
4. Kaj je to čas?
5. nova

### A.2 orehi

1. V vodi s temperaturo  $20^\circ\text{C}$  se dviga zračni mehurček s hitrostjo  $5\text{ mm/s}$ . Kolikšen je premer mehurčka?

**Rp:** vem: na mehurček delujejo tele sile (glej še sliko 24 na strani 81):

$$\vec{F}_g + \vec{F}_u + \vec{F}_{vzg} = \vec{0};$$

vem tudi tole:

$$F_g + F_u = F_{vzg};$$

iz tega sledi enačba ( $F_g$  sem kar zanemaril,  $c_u = 1, 1$  za kroglo):

$$\frac{1}{2} \cdot c_u \cdot \rho_v \cdot S \cdot v^2 = \rho_v \cdot g \cdot V_{izp};$$

sedaj pa se spomnim tudi tole, ker pri urah matematike ne spim, kajne:

$$V_{izp} = \frac{4}{3} \cdot S \cdot r;$$

sem zelo vesel, ker se mi nekatere stvari lepo pokrajšajo. In dobim enačbo za  $S$ , ki je enak  $\pi r^2$ . Sedaj imam:

$$S = \pi \left( \frac{3 c_u \cdot v^2}{8 g} \right)^2 = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2;$$

žal smo zelo začudeni, ker nam ni bilo potrebno upoštevati  $T$  vode.

to dosežemo tako, da upoštevamo se  $F_g$ ;

kajti vem:

$F_g = m \cdot g$ , kjer lahko  $m$ , dobim iz plinske enačbe:

$$pV_{izp} = \frac{m}{M}RT;$$

kjer je  $p = \rho_v gh$ , kjer je  $h$  višina, ki se spreminja po času. Če je hitrost stalna ( $v = \text{const.} = 5\text{ mm/s}$ ), potem velja zveza:  $h = v \cdot t$  in zato  $p = \rho_v gvt$ ;

Z malo domišljije in računanja preidejo zgornje enačbe v ustrezno obliko:

$$F_g = mg = V_{izp} p \frac{Mg}{RT} = \frac{4}{3} S r \cdot \rho_v v t \cdot \frac{Mg}{RT};$$

in če to vstavimo v enačbo:

$$\frac{4}{3} \frac{\rho_v S r g v t}{RT} M + \frac{1}{2} \cdot c_u \cdot \rho_v \cdot S \cdot v^2 = \frac{4}{3} \rho_v \cdot g \cdot S \cdot r;$$

dobimo izredno presenetljivo:

$$r(t) = \frac{3}{8} \frac{c_u R T v^2}{RT - M v t};$$

kar pomeni, da naš ljubi mehurček spreminja obliko v odvisnost od časa, oziroma lege ( $h = vt$ );

khm. . . pri tejle nalogi imam nekaj pomislekov

Rezultat je sicer smiseln, ker radij mehurčka raste, ko čas teče. Ampak prav tako s časom narašča globina (??), tlak (??) in teža (????)

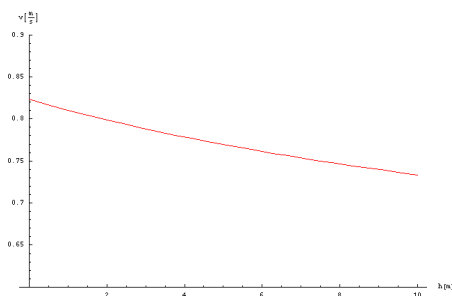
2. Kako je polmer mehurčka zraka v vodi odvisen od globine, kjer se nahaja? Kako se mehurček giblje? Kako se spreminjata hitrost in pot v odvisnosti od časa?

**Rp:** problem zastavimo v dveh večjih korakih (glej še sliko 24 na strani 81)

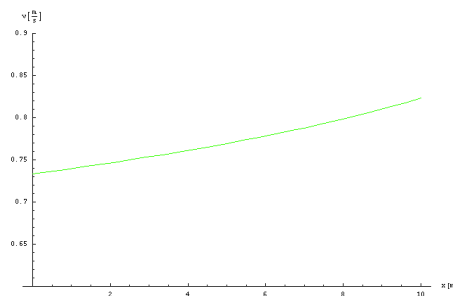
najprej statično, nato dinamično

pri statičnem reševanju je vsota zunanjih sil enaka nič, pri dinamičnem pa  $ma$

statični približek uporabimo z izgovorom, da je sila vzgona nekaj 100 krat večja od teže, torej je pospešek tako velik, da mehurček v zelo kratkem času doseže svojo maksimalno hitrost



(a) graf hitrosti v odvisnosti od globine (graf berno od desne proti levi) bodi pozoren na merilo na ordinati, ki teče od  $0.5\text{ m/s}$  do  $0.9\text{ m/s}$  hitrost z manjšajočo se globino rahlo narašča - bliže ko je mehurček gladini, večjo hitrost ima



(b) graf hitrosti v odvisnosti od poti bodi pozoren na merilo na ordinati, ki teče od  $0.5\text{ m/s}$  do  $0.9\text{ m/s}$  hitrost rahlo narašča, ko se pot mehurčka veča

Slika 38: Gibanje mehurčka zraka v vodi I.

*najprej statika:*

na mehurček delujejo sile (glej še sliko 24 na strani 81):

teža:  $F_g = mg = \rho_z Vg$ ; kjer je  $\rho_z$  je gostota zraka, prostornina mehurčka je  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

vzgon:  $F_v = \rho_v Vg$ ; kjer je  $\rho_v$  je gostota vode,  $V$  je prostornina mehurčka

sila upora:  $F_u = 1/2c_u S \rho_v v^2$ ; kjer je  $\rho_v$  je gostota vode, presek mehurčka je  $S = \pi r^2$

v ravnovesju velja:  $\vec{F}_v + \vec{F}_g + \vec{F}_u = 0$

oziroma (zapisano samo z velikostmi sil):  $F_v = F_g + F_u$

ker je gostota zraka  $\rho_z$  okoli 1000 krat manjša od gostote vode, lahko silo teže zanemarimo! (v večjih globinah - pri večjih tlakih je razmerje med gostoto vode in gostoto zraka manjše in tam nekje pri globini 1000m ali več postaneta gostoti primerljivi)

zato torej:  $F_v = F_u$

$\rho_v Vg = 1/2c_u S \rho_v v^2$ , upoštevam pa še:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  in  $S = \pi r^2$

odtod dobim:

$$r = \frac{3c_u v^2}{8g}$$

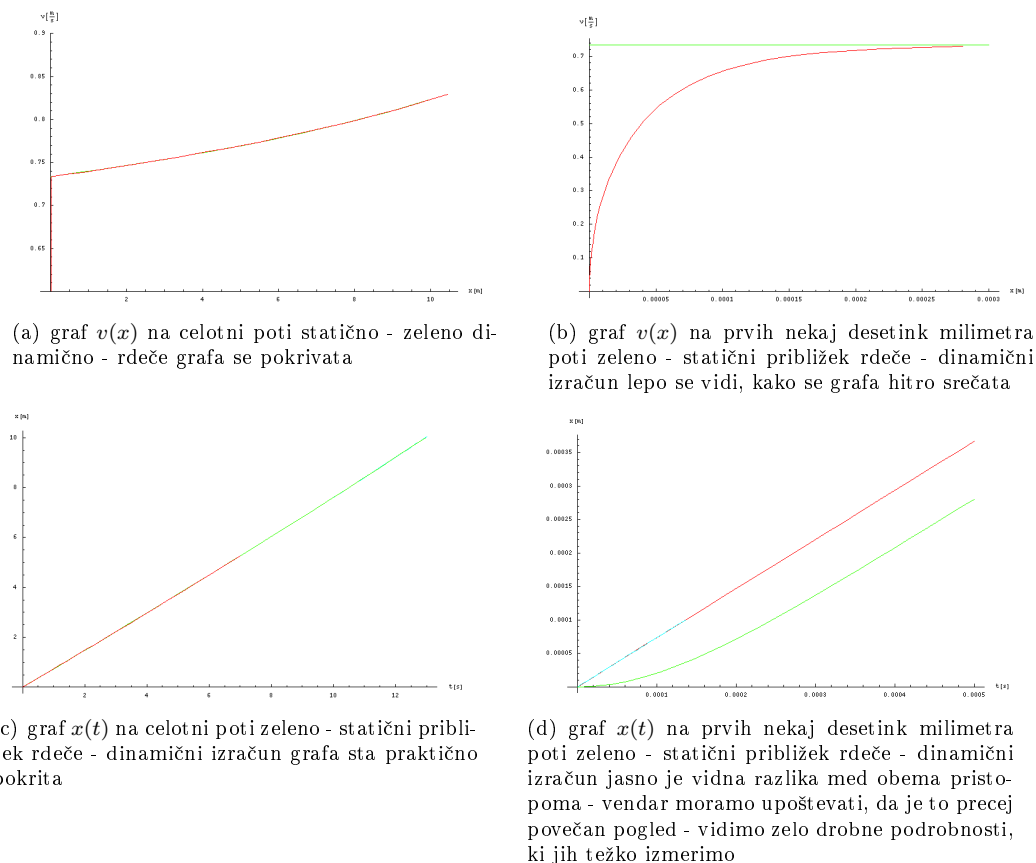
da je radij mehurčka sorazmeren s kvadratom hitrosti, oziroma, da je hitrost mehurčka sorazmerna s koreninom iz radija:

$$v = \sqrt{\frac{8gr}{3c_u}}$$

tlak v vodi je odvisen od globine:  $p = p_0 + \rho_v gh$

prostornina mehurčka pa je odvisna od tlaka in temperature

$$V = \frac{m}{\rho_z} = \frac{mRT}{pM}$$



Slika 39: Gibanje mehurčka zraka v vodi II.

$R$  - splošna plinska konstanta,  $m$  - masa,  $M$  - molska masa,  $T$  - temperatura in tako je radij mehurčka:

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3mRT}{4\pi pM}}$$

mogoče je bolje meriti višino - to je pot, ne pa globine  
potem lahko odvisnost tlaka od poti  $x$  zapišem takole:  $p = p_0 + \rho_v g(h_z - x)$   
najprej me zanima, kako je hitrost mehurčka odvisna od globine:

$$v = \sqrt{\frac{g}{c_u}} \sqrt[6]{\frac{27}{32\pi}} \sqrt[6]{\frac{mRT}{M}} \sqrt[6]{\frac{1}{p_0 + g\rho_v h}}$$

potem pa še odvisnost od poti:

$$v = \sqrt{\frac{g}{c_u}} \sqrt[6]{\frac{27}{32\pi}} \sqrt[6]{\frac{mRT}{M}} \sqrt[6]{\frac{1}{p_0 + g\rho_v(h_z - x)}}$$

ko hitrost kvadriramo dobimo še odvisnost radija od globine oziroma od poti odvisnost hitrosti od globine  $h$  oziroma od poti  $x$  si lahko ogledam tudi na grafu

v obeh primerih je temperatura vode konstantna  $T = 27^\circ\text{C}$

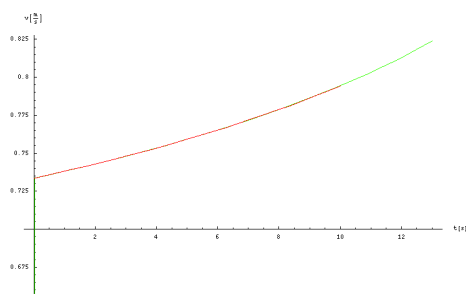
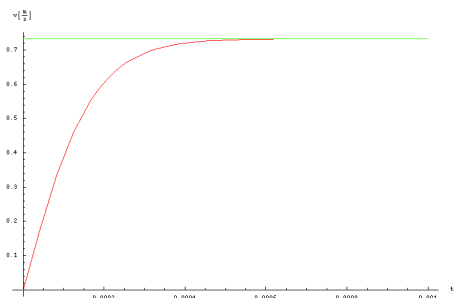
na globini  $h = 10$  m je začetni polmer mehurčka  $r = 1$  cm

oba grafa kažeta isto trditev, da hitrost mehurčka rahlo narašča, ko se mehurček bliža gladini

težko pa v tem primeru kaj povemo o času dvigovanja mehurčka

*postopek presega običajno srednješolsko znanje matematike*

spomnimo se, da je hitrost definirana kot sprememba poti v časovni enoti:

(a) graf  $v(t)$  na celotni poti zeleno - statični približek rdeče - dinamični izračun(b) graf  $v(t)$  na prvih nekaj desetink milimetra poti zeleno - statični približek rdeče - dinamični izračun

Slika 40: Gibanje mehurčka zraka v vodi III.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

če je časovna enota dovolj majhna; enačbo malo obrnem:

$$dt = \frac{dx}{v}$$

potem pa seštejem posamezne prispevke za čase od 0 do  $t$  in poti od 0 do  $x$

$$\begin{aligned} \int_0^t (dt) &= \int_0^x \frac{dx}{v} = \\ &= \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{\frac{g}{c_u} \sqrt[6]{\frac{27}{3^2\pi}} \sqrt[6]{\frac{mRT}{M}} \sqrt[6]{\frac{1}{p_0 + g\rho_v(h_z - x)}}}} \end{aligned}$$

ko seštejemo, dobimo:

$$t = \frac{6(p_0 + gh_z\rho_v)^{\frac{7}{6}}}{7g\rho_v \sqrt{\frac{g}{c_u} \sqrt[6]{\frac{27}{3^2\pi}} \sqrt[6]{\frac{mRT}{M}}}} \left( 1 - \left( 1 - \frac{g\rho_v x}{p_0 - g\rho_v h_z} \right)^{\frac{7}{6}} \right)$$

pri izbranih začetnih podatkih ( $h_z = 10$  m,  $T = 27^\circ\text{C}$ ) dobimo, da se mehurček zraka dviguje  $t = 12,9605$  s (če sploh lahko merimo tako natančno)

iz te enačbe lahko izpeljemo še, kako sta pot  $x$  in hitrost  $v$  odvisna od časa!

$$x = \frac{p_0 + \rho_v g h_z}{\rho_v g} \left( 1 - \left( 1 - \frac{7\rho_v g \sqrt{\frac{g}{c_u} \sqrt[6]{\frac{27}{3^2\pi}} \sqrt[6]{\frac{mRT}{M}}}}{6(p_0 + gh_z\rho_v)^{\frac{7}{6}}} t \right)^{\frac{6}{7}} \right)$$

solata! *dinamični pristop*

za začetek zapišem 2. Newtonov zakon:

$$\vec{F}_v + \vec{F}_g + \vec{F}_u = m\vec{a}$$

z istim argumentom kot prej zavržem silo teže in upoštevam smeri sil:

$$ma = \rho_v V g - \frac{1}{2} c_u S \rho_v v^2$$

temule se reče diferencialna enačba!

ker je ne znam rešiti(help!), se zadovoljim z numerično rešitvijo, da lahko vsaj primerjam rezultate, ki sem jih dobil v statičnem približku

za numerično reševanje uporabim čarovnalnik, ker le-ti znajo precej dobro računati numerično izračunan čas dvigovanja mehurčka:  $t = 12.9607$  s kar se v okviru natančnosti pri merjenju gotovo ujema s časom, ki ga dobimo pri statičnem približku.



razlika je posledica pospeševanja mehurčka v začetnih trenutkih  
ker je čas pospeševanja zelo kratek, je tudi razlika med statičnim približkom in dinamičnimi vrednostmi precej majhna  
primerjave so zbrane v grafih!  
čarovnalnik mi je narisal grafe:  $x(t)$ ,  $v(x)$  in  $v(t)$   
statični približek je narisano zeleno, numerične rešitve dinamičnih enačb pa rdeče  
vsak graf je narejen za dva primera - za celotno pot in še posebej za začetek gibanja mehurčka  
iz grafov lepo vidimo, da na celotni poti ni grafično vidne razlike med grafi dobljene na statični ali dinamični način  
na drugi trojici grafov lahko opazujemo spreminjanje v začetnih trenutkih, kjer se pokaže razlika med statičnim približkom in dinamično rešitvijo

*Reynoldsovo število*

uh...toliko računanja, pa se še nismo prepričali, ali sploh smemo uporabiti kvadratni zakon upora

zato hitro izračunam Reynoldsovo število in če bo dovolj veliko, potem sem lahko zadovoljen

$$Re = \frac{2rv_0v}{\eta} = 16000$$

ni slabo, Reynoldsovo število je dovolj veliko

3. Kozarec ima zanemarljivo majhno maso, njegov premer je 3 cm, njegova višina pa 15 cm. Vanj natočimo 2 dl vode. Do katere višine seže voda? Kozarec postavimo na deščico, ki je prevlečena s smirkovim papirjem. Koeficient trenja med deščico in kozarcem je 1,2. Na enem koncu začnemo deščico dvigovati. Kaj se zgodi? (predlogi: kozarec zdrsne, se prekucne, voda se izlije...)
4. Kaj se prej zvrne na klancu: togo telo v obliki kvadra, ali kanta napolnjena z vodo, če ima voda v kanti v vodoravni legi enake dimenzije kot togo telo? Masa kante je zanemarljivo majhna.
5. Kako se giblje klasičnega Jo-Jo?
6. nova