

5 toplota

5.1 tlak

1. S kolikšno silo pritiska zrak na ploskev 1m^2 , če je zračni tlak $10\text{N}/\text{cm}^2$?

Rp: $p = 10\text{N}/\text{cm}^2$

$$S = 1\text{m}^2$$

$$F = p \cdot S$$

$$F = 10\text{N}/\text{cm}^2 \cdot 10000\text{cm}^2 = 1 \cdot 10^5\text{N}$$

2. Čevljar pritiska na držalo šila s silo 20N . Kolikšen je tlak pod konico šila, če je njena površina $5 \cdot 10^{-4}\text{cm}^2$?

Rp: $F = 20\text{N}$

$$S = 5 \cdot 10^{-4}\text{cm}^2$$

$$p = ?$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{20\text{N}}{5 \cdot 10^{-4}\text{cm}^2} = 40000\text{N}/\text{cm}^2$$

3. V parnem kotlu je tlak za 10 barov večji kot zračni tlak. Kolikšna sila deluje na krožni pokrov varnostne zaklopke, ki ima premer 4cm ?
4. Kolikšna sila deluje na vsak kvadratni centimeter potapljača, ki se potopi 5m globoko?
5. Na dnu 3m globokega bazena je kocka s stranico 2cm . S kolikšno silo deluje voda na vsako stranico kocke?
6. Cev v hidroakumulacijskem jezeru zajame vsako sekundo 2t vode pri preseku 1m^2 . Deset metrov nižje se cev zoži na presek 1dm^2 . S kolikšno hitrostjo pade voda na lopatice turbine, ki so poleg šobe?

Rp: $m = 2\text{t} = 2000\text{kg}$

$$t = 1\text{s}$$

$$S_1 = 1\text{m}^2$$

$$S_2 = 1\text{dm}^2$$

$$v = ?$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$V = \frac{m}{\rho}$$

$$V = \frac{2000\text{kg}}{1000\text{kg}/\text{m}^3} = 2\text{m}^3$$

$$s = \frac{V}{S_2} = \frac{2\text{m}^3}{0.01\text{m}^2} = 200\text{m}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{200\text{m}}{1\text{s}} = 200\text{m}/\text{s}$$

khm ... kaj pa sprememba potencialne energije? Ali res nič ne prispeva?

7. Za koliko se razlikujeta povprečna tlaka v Ljubljani in na morju, če je višinska razlika 300m , gostota zraka pa $1,2\text{kg}/\text{m}^3$?

Rp: $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$

$$h = 300 \text{ m}$$

$$p_1 = p_o - \rho \cdot g \cdot h$$

$$p_1 = 1 \text{ bar} - 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 300 \text{ m} = 0,96 \text{ bar}$$

tole bo najbrž tlak v Ljubljani, če je ob morju 1 bar

iščemo pa razliko tlakov:

$$\Delta p = \rho g h = 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 300 \text{ m} = 3600 \text{ N/m}^2 = 0,036 \text{ bara}$$

8. Za koliko se razlikujeta povprečna tlaka na morju in na Triglavu, če je gostota zraka $1,2 \text{ kg/m}^3$?

Rp: $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$

$$h = 2864 \text{ m}$$

$$p_1 = p_o - \rho \cdot g \cdot h$$

$$p_1 = 1 \text{ bar} - 1,2 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 2864 \text{ m} = 0,66 \text{ bar}$$

$$\Delta p = p_1 - p_o = \rho \cdot g \cdot h = ???$$

9. Kolikšen je tlak na morskem dnu v globini 200 m? Kolikšna sila pritiska na del dna s ploščino $0,25 \text{ m}^2$?

Rp: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$h = 200 \text{ m}$$

$$p_1 = p_o + \rho \cdot g \cdot h$$

$$p_1 = 1 \text{ bar} + 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 200 \text{ m} = 21 \text{ bar}$$

$$F = p_1 \cdot S = 2100000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,25 \text{ m}^2 = 525 \text{ kN}$$

10. Kolikšen je tlak na morskem dnu v globini 50 m? Kolikšna sila pritiska na del dna s ploščino $0,5 \text{ m}^2$?

Rp: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$h = 50 \text{ m}$$

$$p_1 = p_o + \rho \cdot g \cdot h$$

$$p_1 = 1 \text{ bar} + 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 50 \text{ m} = 6 \text{ bar}$$

$$F = p_1 \cdot S = 2100000 \text{ N/m}^2 \cdot 0,5 \text{ m}^2 = 300 \text{ kN}$$

11. Koliko je tlak v Mojstrani (641 m), če je na Kredarici (2515 m) 705 mbara? ($\rho_{zrak} = 1,2 \text{ kg/m}^3$)

Rp: če lahko vzamemo, da je gostota zraka konstantna se zračni tlak linearno manjša z višino:

$$p = p_o + \rho g h = 0,705 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} + 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (2515 \text{ m} - 641 \text{ m})$$

$$p = 92988 \text{ Pa} = 930 \text{ mbar}$$

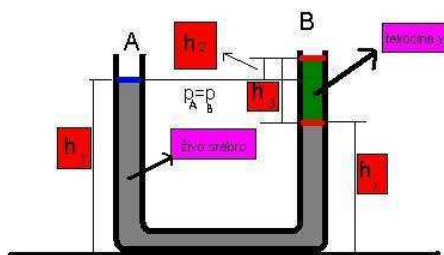
12. Koliko je tlak na Šmarni gori (669 m), če je v Ljubljani (307 m) 1013 mbara? ($\rho_{zrak} = 1,2 \text{ kg/m}^3$)

Rp: če lahko vzamemo, da je gostota zraka konstantna se zračni tlak linearno manjša z višino:

$$p = p_o - \rho g h = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} - 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (669 \text{ m} - 307 \text{ m})$$

$$p = 96956 \text{ Pa} = 970 \text{ mbar}$$

13. V U- cevko natočimo živo srebro. V en krak dotočimo še 26,3 cm neke tekočine. Kolikšna je gostota te tekočine, če je živo srebro v enem kraku za 1,2 cm više kot v drugem kraku?



Slika 22: U cevka.

Rp: U cevka

$$p_a = p_b$$

$$p_a = \rho_1 \cdot g \cdot h_1 + p_o$$

$$p_b = (\rho_1 \cdot g \cdot h_x + \rho_2 \cdot g \cdot h_3) + p_o$$

$$h_x = (h_1 - h_3 + h_2)$$

$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_1 \cdot h_x + \rho_2 \cdot h_3$$

$$\rho_1 \cdot (h_1 - h_1 + h_3 - h_2) = \rho_2 \cdot h_3$$

$$\rho_2 = (\rho_1 \cdot (h_3 - h_2)) / (h_3)$$

ali ne bi bilo enostavneje razmisliti takole:

na eni strani cevke je neznana tekočina, ki sega $h_n = 26,3$ cm visokona drugi strani je živo srebro $h_{Hg} = 1,2$ cm višje, kot na tisti strani, kjer je neznana tekočinana tej višini je v obeh krakih enak tlak: $p_n = p_{Hg}$

oba tlaka sta odvisna od zračnega tlaka in od višine ter gostote tekočine nad tem nivojem!

$$p_n = p_{Hg}$$

$$p_o + \rho_n g h_n = p_o + \rho_{Hg} g h_{Hg}$$

ko pokrajšamo na obeh straneh, kar je enakega, nam ostane

$$\rho_n h_n = \rho_{Hg} h_{Hg}$$

ali:

$$\rho_n = \frac{\rho_{Hg} h_{Hg}}{h_n}$$

$$\rho_n = 13,6 \text{ g/cm}^3 \frac{1,2 \text{ cm}}{26,3 \text{ cm}} = 0,62 \text{ g/cm}^3$$

14. V U- cevko natočimo živo srebro. Kako visok stolpec alkohola moramo dotočiti v en krak, da bo stolpec živega srebra v enem kraku za $2,2$ cm višji kot v drugem kraku?

Rp: $p_a = p_b$

$$p_a = \rho_1 \cdot g \cdot h_1 + p_o$$

$$p_b = (\rho_1 \cdot g \cdot h_x + \rho_2 \cdot g \cdot h_3) + p_o$$

$$h_x = (h_1 - h_3 + h_2)$$

$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_1 \cdot h_x + \rho_2 \cdot h_3$$

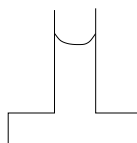
$$\rho_1 \cdot (h_1 - h_1 + h_3 - h_2) = \rho_2 \cdot h_3$$

$$\rho_1 \cdot h_3 - \rho_1 \cdot h_2 = \rho_2 \cdot h_3$$

$$h_3(\rho_1 - \rho_2) = \rho_1 \cdot h_2$$

$$h_3 = \frac{\rho_2 \cdot h_2}{\rho_1 - \rho_2}$$

15. Širši del posode ima notranji presek 100 cm^2 in višino 10 cm . Vrat posode ima presek 2 cm^2 , voda pa naj stoji v celoti 60 cm visoko. Kolikšna sila deluje na dno posode? Kolikšen je tlak ob stropu spodnjega dela posode? Kolikšna sila deluje nanj (strop širšega dela posode)? Glej sliko 23!



Slika 23: Zožena posoda in tlak v njej.

16. Meteorološki balon je meril, kako je zračni tlak odvisen od višine. Meritve so podane v tabeli:

$h[\text{km}]$	0	1,98	3,99	5,94	7,88	9,78	11,6	13,6
$p[\text{bar}]$	1,02	0,816	0,635	0,486	0,394	0,308	0,239	0,189

Nariši graf zračnega tlaka v odvisnosti od višine! Koliko je gostota zraka na višini 5 km , če je temperatura stalna in je 5°C ? (+)Koliko je tlak, če je višina 50 m večja?

17. Meteorološki balon je meril, kako je zračni tlak odvisen od višine. Meritve so podane v tabeli:

$h[\text{km}]$	0	1,98	3,99	5,94	7,88	9,78	11,6	13,6
$p[\text{bar}]$	1,02	0,816	0,635	0,486	0,394	0,308	0,239	0,189

Nariši graf zračnega tlaka v odvisnosti od višine! Koliko je gostota zraka na višini 5 km , če je temperatura stalna in je 5°C ? (+)Koliko je tlak, če je višina 50 m večja?

18. Ob Bohinjskem jezeru je tlak 954 mbar . Kolikšna sila deluje na vsako stransko ploskev kocke z robom 5 cm ? Kako globoko pod vodo moramo potopiti kocko, da bo sila na vsako stransko ploskev trikrat večja?
19. Ob Blejskem jezeru je tlak 974 mbar . Na vsako stransko ploskev kocke deluje sila 88 N . Koliko je rob kocke? Kako globoko pod vodo moramo potopiti kocko, da bo sila na vsako ploskev dvakrat večja?

5.2 vzgon

- Kos bakra tehta na zraku $3,15\text{ N}$, pod vodo pa na videz samo $2,79\text{ N}$. Kolikšna je gostota bakra?
- Železen drog je v vodi za 104 N lažji kot v zraku. Kolikšna je njegova teža v zraku? ($\rho = 7,8\text{ g/cm}^3$)
- V kozarcu plava kos ledu. Počakamo toliko, da se ravno ves led stali in ima vsa voda še temperaturo 0°C . Ali se gladina vzdigne, ali zniža? ($\rho_l = 917\text{ kg/m}^3$, $\rho_v = 999,8\text{ kg/m}^3$)
- Balon napolnimo z vročim zrakom z gostoto $0,9\text{ kg/m}^3$. Zrak v okolici balona ima gostoto $1,2\text{ kg/m}^3$. Masa tkanine in vrvi balona je 30 kg . Kolikšna je prostornina balona, če z njim dvignemo tovor 200 kg ?
- Koliko litrov vodika z gostoto $0,08\text{ kg/m}^3$ bi te dvignilo v 400 N težkem balonu v zrak?
- Koliko litrov helija z gostoto $0,16\text{ kg/m}^3$ bi te dvignilo v 600 N težkem balonu v zrak?
- Balon ima prostornino 1600 m^3 in je napolnjen s helijem. Teža balona z gondolo vred je 12500 N . Kolikšna je masa bremena, ki ga balon lahko dvigne?
- 1 dm^3 neke snovi ima maso $9,2\text{ kg}$. Potopimo ga v vodo.
 - Koliko litrov vode bo telo izpodrinilo?
 - Kolikšen je vzgon?

- (c) Ali se bo telo potopilo ali plavalo?
9. 2 m^3 neke snovi ima maso $19,20\text{ t}$. Potopimo ga v vodo.
- (a) Koliko litrov vode bo telo izpodrinilo?
- (b) Kolikšen je vzgon?
- (c) Ali se bo telo potopilo ali plavalo?
10. Kos kovine z maso 80 g in prostornino $12,5\text{ cm}^3$ potopimo v vodo. Koliko vode izpodrine? Kolikšna sila deluje na telo navpično navzgor? Kolikšna je njegova navidezna teža v vodi?
11. Kos kovine z maso 120 g in prostornino $10,5\text{ cm}^3$ potopimo v vodo. Koliko vode izpodrine? Kolikšna sila deluje na telo navpično navzgor? Kolikšna je njegova navidezna teža v vodi?
12. Nepravilen kos kovine z maso 10 g obesimo na vzmetno tehtnico in potopimo v vodo. Tehtnica pokaže 8 g . Izračunaj prostornino in gostoto kovine! Ko isti kos kovine potopimo v olje, pa tehtnica pokaže $8,5\text{ g}$. Določi še gostoto olja!
13. Utež obesimo na dinamometer, ki pokaže silo 22 N . Nato utež potopimo v posodo z vodo, ki stoji na tehtnici, tako da se utež ne dotika dna. Dinamometer pokaže 14 N . Koliko pokaže tehtnica, na kateri stoji posoda z vodo, če je na začetku poskusa kazala $2,5\text{ kg}$? Katere sile delujejo na utež in kolikšne so?
14. Kocka iz smrekovega lesa se potopi v vodi $2,2\text{ mm}$ globoko. Kolikšna je gostota tekočine v kateri se potopi samo $2,0\text{ mm}$ globoko?
15. Na površini vode plava kos plute z maso $0,8\text{ kg}$. Kolikšen del je pod vodo? Kolikšno utež smemo postaviti na pluto, da ne potone?
16. Kvader iz stiropora z robovi 18 cm , 13 cm in 4 cm položimo na gladino vode, tako da leži na največji ploskvi. Kolikšna je gostota stiropora, če je zunaj vode $3,7\text{ cm}$ roba? Kolikšna je masa stiropora?
17. Kos hrastovega lesa ima obliko kocke in gostoto $\rho = 0,8\text{ g/cm}^3$. Stranica kocke je dolga 10 cm . Kocko položimo v vodo. Koliko lesene kocke gleda iz vode?
18. Plutovinasta kocka ima rob dolg 60 cm in maso $86,4\text{ kg}$. Potopljena je v vodo, tako da je njena zgornja ploskev vzporedna z gladino. Koliko dela opravimo, ko jo potopimo na dno, če je bazen globok $3,2\text{ m}$?
19. Plutovinasta kocka ima rob dolg 50 cm in maso $68,4\text{ kg}$. Potopljena je v vodo, tako da je njena zgornja ploskev vzporedna z gladino. Koliko dela opravimo, ko jo potopimo na dno, če je bazen globok $2,3\text{ m}$?
20. V bazenu pravokotne oblike s stranicama $5,0\text{ m}$ in 12 m je čoln, v katerem je vreča peska z maso 50 kg in s prostornino 20 dm^3 . Vreča pade v vodo. Koliko se spremeni gladina vode?
21. Oцени prostornino človeškega telesa in izračunaj, kolikšen vzgon deluje nanj v zraku. Kolikšen pa je vzgon, če je telo v celoti potopljeno v vodo?
22. Posoda s prostornino 2 l je do vrha napolnjena z vodo. Vanjo postavimo posodo s prostornino $1,5\text{ l}$ in z maso $0,6\text{ kg}$. Koliko vode se izlije iz večje posode?
23. V kozarcu vode plava plutovinast zamašek. Višina kozarca je 8 cm , višina vode v kozarcu pa 1 cm pod robom kozarca. Premer kozarca je 4 cm . Zamašek ima premer 3 cm in višino 6 cm . S kolikšno silo je potrebno tiščati zamašek navzdol, da bo začela voda iztekati? ($\rho(\text{vode}) = 1\text{ g/cm}^3$, $\rho(\text{pluta}) = 0,4\text{ g/cm}^3$)
24. Kako hitro se dviguje balon premera 2 m napolnjen s helijem, ki nosi breme 1 kg ? Plašč balona tehta 25 kg . Najprej oцени Reynoldsovo število in ugotovi, kateri zakon upora velja! ($\rho(\text{zrak}) = 1,29\text{ kg/m}^3$, $\rho(\text{He}) = 0,178\text{ kg/m}^3$, $\eta = 1,7 \cdot 10^{-5}\text{ kg/ms}$, $c_u = 0,4$)
25. Zračni mehurček ima polmer 1 cm , ko je 10 m pod vodno gladino. Koliko je njegov polmer tik pod vodno gladino? Predpostavi, da je temperatura vode konstantno 10°C .

Rp: glej tudi nalogo 4(??) iz hidrodinamike!

koliko je tlak 10 m pod gladino? (v Pa)

$$p = p_0 + \rho_v g h = 100000 \text{ N/m}^2 + 100000 \text{ N/m}^2 = 200000 \text{ Pa}$$

ko se dvigne tik pod gladino, se tlak zmanjša na zračni tlak p_0 , zato se prostornina poveča na V_0 po Boylovem zakonu:

$$p_0 V_0 = p V$$

upoštevam še povezavo $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$p_0 \frac{4}{3}\pi r_0^3 = p \frac{4}{3}\pi r^3$$

izrazim r_0 :

$$r_0 = \sqrt[3]{\frac{p}{p_0}} r = 0.0125992 \text{ m} = 1.26 \text{ cm}$$

radij mehurčka je torej obratno sorazmeren s tretjim korenem iz tlaka

26. Kako se spreminja sila vzgona na zračni mehurček, ki se dviguje v vodi?
27. Koliko mora biti temperatura zraka v balonu, da lahko balon se lahko balon dvigne, če je masa košare in potnikov 250 kg, prostornina balona pa 300 m³? Zračni tlak je 1 bar, temperatura okolnega zraka pa -3°C. Kaj pa na višini 500 m, če je temperatura zraka konstantna?
28. Na Kredarici, ki je 2500 m visoko je temperatura 3°C. Reducirani zračni tlak je 1 bar. Z balkona spustimo 'žogico' s polmerom 1,1 cm in maso 10 mg.
- (a) Koliko je začetni pospešek žogice in v katero smer?
- (b) Koliko je največja hitrost, ki jo žogica lahko doseže?

Rp: Za izračun pospeška moramo ugotoviti koliko je vsota vseh zunanjih sil. Na žogico deluje teža $F_g = mg$ in sila vzgona $F_v = \rho V g$. Torej moramo izračunati prostornino V in gostoto ρ .

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 5,575 \text{ cm}^3$$

Gostoto lahko izračunamo na dva načina, pač odvisno od tega, kako izračunamo tlak na Kredarici. Če tlak računamo s hidrostatičnim tlakom

$$\rho_o = \frac{p_o M}{RT} = 1,246 \text{ kg/m}^3 \quad \text{in} \quad p = p_o - \rho_o g h = 0,689 \text{ bar} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{p M}{RT} = 0,86 \text{ kg/m}^3$$

najbrž ne bomo tako natančni kot če računamo tlak z barometrično enačbo

$$p = p_o e^{-\frac{h}{h_o}} = 0,74 \text{ bar} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{p M}{RT} = 0,922 \text{ kg/m}^3$$

Sedaj lahko izračunamo sili: $F_g = mg = 100 \mu\text{N}$, $F_v = \rho V g = 51,4 \mu\text{N}$ torej je razlika velikosti sil (rezultanta!): $F_g - F_v = 48,6 \mu\text{N}$ in končno pospešek:

$$a = \frac{F_g - F_v}{m} = 4,86 \text{ m/s}^2$$

Pri računanju največje hitrosti moramo upoštevati še silo upora na žogico. Kadar je hitrost žogice največja, mora biti rezultanta sil enaka nič, ali drugače $F_g - F_v - F_u = 0$. Ker je sila upora $F_u = F_g - F_v = 48,6 \mu\text{N}$, lahko izračunamo hitrost (upoštevamo kvadratni zakon upora, čeprav še ne vemo, ali je to upravičeno)

$$v = \sqrt{\frac{F_u}{\frac{1}{2}c_u \pi r^2 \rho}} = 0,745 \text{ m/s}$$

29. Na Rogli, ki je 1500 m visoko je temperatura 7°C. Reducirani zračni tlak je 1 bar. Z balkona spustimo 'žogico' s polmerom 2,2 cm in maso 20 mg.

- (a) Koliko je začetni pospešek žogice in v katero smer?
 (b) Koliko je največja hitrost, ki jo žogica lahko doseže?

Rp: $a = 13,2 \text{ m/s}^2$, $v = 0,82 \text{ m/s}$

30. Zanima nas gibanje mehurčka CO_2 pod vodo. 10 m pod gladino je mehurček CO_2 s prostornino 10 mm^3 . Temperatura vode na tej globini je 10°C . Gostota vode je vsem znana konstanta, molska masa CO_2 pa je 44 kg/kmol .
- (a) Koliko je polmer mehurčka, če je leta okrogel?
 (b) Koliko je tlak na tej globini?
 (c) Koliko je molekul CO_2 v mehurčku na tej globini?
 (d) Koliko je gostota CO_2 v mehurčku na tej globini?
 (e) Katere sile delujejo na mehurček in koliko so?
 (f) Koliko je pospešek mehurčka na tej globini in v katero smer potiska mehurček?
31. Zanima nas gibanje zračnega mehurčka pod vodo. 15 m pod gladino je zračni mehurček s prostornino 5 mm^3 . Temperatura vode na tej globini je 10°C . Gostota vode je vsem znana konstanta, molska masa zraka pa je 29 kg/kmol .
- (a) Koliko je polmer mehurčka, če je leta okrogel?
 (b) Koliko je tlak na tej globini?
 (c) Koliko je molekul zraka v mehurčku na tej globini?
 (d) Koliko je gostota zraka v mehurčku na tej globini?
 (e) Katere sile delujejo na mehurček in koliko so?
 (f) Koliko je pospešek mehurčka na tej globini in v katero smer potiska mehurček?
32. Zanima nas gibanje mehurčka CO_2 pod vodo. 10 m pod gladino je mehurček CO_2 s prostornino 10 mm^3 . Temperatura vode na tej globini je 5°C . Gostota vode je vsem znana konstanta, molska masa CO_2 pa je $44 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$.
- (a) Koliko je hitrost mehurčka na tej globini in v katero smer se mehurček giblje?
 (b) Koliko je hitrost mehurčka na globini 1 m, če je tam temperatura vode 20°C ?
 (c) Nariši graf hitrosti v odvisnosti od globine!

Rp: Na mehurček CO_2 pod vodo delujeta najprej samo dve sili - sila teže in sila vzgona. Ker je sila vzgona precej večja od teže se mehurček giblje proti površju in hitro doseže stalno hitrost zaradi zaviralne sile upora. Ko se giblje s stalno hitrostjo velja 1. Newtonov zakon:

$$\vec{F}_v + \vec{F}_g + \vec{F}_u = 0$$

razmerje med silo vzgona in silo teže je zelo veliko, ker je vzgon enak teži izpodrinjene vode, tako da lahko silo teže zanemarimo, še posebno, če računamo s približkom za težni pospešek 10 m/s^2

$$\frac{F_v}{F_g} = \frac{\rho_v}{\rho_{\text{CO}_2}} \approx 300 \gg 1$$

ostane nam sorazmerno preprosta zveza med silo vzgona in silo teže

$$F_v = F_u$$

$$\rho_v V g = \frac{1}{2} c_u S \rho_v v^2$$

odkoder izrazimo hitrost mehurčka ob predpostavki, da je mehurček okrogel:

$$v = \sqrt{\frac{8gr}{3c_u}}$$

da lahko izračunamo hitrost, moramo iz prostornine izraziti radij mehurčka

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 1,34 \text{ mm}$$

tako je hitrost

$$v = 0,27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

na globini 1 m je večja temperatura in manjši tlak,

$$p_1 = p_o + \rho_v g h_1 = 1,1 \text{ bara}$$

zato se mehurčku prostornina zveča:

$$V_1 = \frac{V p T_1}{p_1 T} = 19,2 \text{ mm}^3$$

pri čemer je tlak na globini 10 m $p = p_o + \rho_v g h = 2 \text{ bara}$ s pomočjo prostornine mehurčka na globini 1 m dobimo radij mehurčka na tej globini

$$r_1 = \sqrt[3]{\frac{3V_1}{4\pi}} = 1,66 \text{ mm}$$

in potem še hitrost

$$v_1 = \sqrt{\frac{8gr_1}{3c_u}} = 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

33. Zanima nas gibanje mehurčka zraka pod vodo. 20 m pod gladino je mehurček zraka s prostornino 20 mm^3 . Temperatura vode na tej globini je 4°C . Gostota vode je vsem znana konstanta, molska masa zraka pa je $29 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$.

- Koliko je hitrost mehurčka na tej globini in v katero smer se mehurček giblje?
- Koliko je hitrost mehurčka na globini 1 m, če je tam temperatura vode 20°C ?
- Nariši graf hitrosti v odvisnosti od globine!

Rp: Na zračni mehurček pod vodo delujeta najprej samo dve sili - sila teže in sila vzgona. Ker je sila vzgona precej večja od teže se mehurček giblje proti površju in hitro doseže stalno hitrost zaradi zaviralne sile upora. Ko se giblje s stalno hitrostjo velja 1. Newtonov zakon:

$$\vec{F}_v + \vec{F}_g + \vec{F}_u = 0$$

razmerje med silo vzgona in silo teže je zelo veliko, ker je vzgon enak teži izpodrinjene vode, tako da lahko silo teže zanemarimo, še posebno, če računamo s približkom za težni pospešek 10 m/s^2

$$\frac{F_v}{F_g} = \frac{\rho_v}{\rho_z} \approx 500 \gg 1$$

ostane nam sorazmerno preprosta zveza med silo vzgona in silo teže

$$F_v = F_u$$

$$\rho_v V g = \frac{1}{2} c_u S \rho_v v^2$$

odkoder izrazimo hitrost mehurčka ob predpostavki, da je mehurček okrogel:

$$v = \sqrt{\frac{8gr}{3c_u}}$$

da lahko izračunamo hitrost, moramo iz prostornine izraziti radij mehurčka

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 1,68 \text{ mm}$$

tako je hitrost

$$v = 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

na globini 1 m je večja temperatura in manjši tlak,

$$p_1 = p_o + \rho_v g h_1 = 1,1 \text{ bara}$$

zato se mehurčku prostornina zveča:

$$V_1 = \frac{V p T_1}{p_1 T} = 57,7 \text{ mm}^3$$

pri čemer je tlak na globini 20 m $p = p_o + \rho_v g h = 3$ bare s pomočjo prostornine mehurčka na globini 1 m dobimo radij mehurčka na tej globini

$$r_1 = \sqrt[3]{\frac{3V_1}{4\pi}} = 3,86 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

in potem še hitrost

$$v_1 = \sqrt{\frac{8gr_1}{3c_u}} = 0,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5.3 hidrodinamika

1. Voda odteka s strehe po navpičnem žlebu z dolžino 10 m. Kako daleč od vznožja stavbe moramo v tla izkopati odtočni jašek, če je iztočna šoba žleba vodoravna in 20 cm nad tlemi?

Rp: najprej izračunamo s kakšno hitrostjo odteka voda iz žleba:

$$v = \sqrt{2gh_1} = 14 \text{ m/s}$$

; kjer je $h_1 = 10$ m, $g = 10 \text{ m/s}^2$

sedaj imamo en čist navaden poševni met :)

$$h_2 = 20 \text{ cm}$$

vem:

$$h_2 = \frac{1}{2}g \cdot (t^2)$$

$$s = v \cdot t.$$

t iz prve enačbe vstavim v drugo in dobim:

$$s = v \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}} = 2,8 \text{ m}$$

2. Sod ima na višini 0,5 m od tal odprtino za točenje vina. Na kolikšni razdalji od vznožja sode moramo postaviti na tla kozarec, da curek prestrežemo? Sod je visok 1,2 m in do vrha poln.

Rp: najprej lahko zračunam hitrost iztekanja vode :)

$$v = \sqrt{2gh_1} = 4,9 \text{ m/s) in } g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ ter } h_1 = 1,2 \text{ m}$$

nato izračunam čas padanja:

$$t = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$

kjer je $h_2 = 0,5$ m

in sedaj:

$$s = v \cdot t = 1,5 \text{ m}$$

3. Iz 5 m visokega plavža izlivajo talino v kalup. Kako daleč od iztočne šobe, ki je 0,5 m nad tlemi, naj kalup namestijo?
4. V vodi s temperaturo 20°C se dviga zračni mehurček s hitrostjo 5 mm/s. Kolikšen je premer mehurčka?

Rp: vem: na mehurček delujejo tele sile:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_u + \vec{F}_{vzg} = \vec{0};$$

vem tudi tole:

$$F_g + F_u = F_{vzg};$$

iz tega sledi enačba (F_g sem kar zanemaril, $c_u = 1, 1$ za kroglo):

$$\frac{1}{2} \cdot c_u \cdot \rho_v \cdot S \cdot v^2 = \rho_v \cdot g \cdot V_{izp};$$

sedaj pa se spomnim tudi tole, ker pri urah matematike ne spim, kajne:

$$V_{izp} = \frac{4}{3} \cdot S \cdot r;$$

sem zelo vesel, ker se mi nekatere stvari lepo pokrajšajo. In dobim enačbo za S , ki je enak πr^2 . Sedaj imam:

$$S = \pi \left(\frac{3 c_u \cdot v^2}{8 g} \right)^2 = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^2;$$

žal smo zelo začudeni, ker nam ni bilo potrebno upoštevati T vode.

glej še orehe!

še o radiju:

če ne upoštevamo teže:

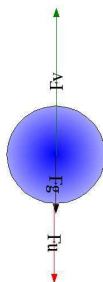
$$r = \frac{3 c_u \cdot v^2}{8 g}$$

če upoštevamo težo:

$$r = \frac{3 c_u \cdot v^2 \rho_v}{8 g (\rho_v - \rho_m)}$$

5. Kolikšen premer imajo kapljice dežja, ki padajo s hitrostjo 9 m/s?
6. Kako velik premer mora imeti padalo, da pada 800 N težak padalec s hitrostjo 5 m/s? Koeficient upora je 1,3.
7. S kolikšno hitrostjo začne teči zrak v posodo, iz katere je zrak popolnoma izsesan?
8. Po cevi s polmerom 10 cm teče voda s hitrostjo 1 m/s. Cev se zoži, tako da je hitrost vode v njej 3 m/s. Kolikšen je nov polmer cevi?
9. S kolikšno stalno hitrostjo pada v vodi kroglica z maso 0,01 kg in polmerom 1 cm? Koeficient upora krogle je $c = 0,4$.
10. Kolikšno silo mora v vodoravni smeri prenesti podporni steber mostu, če stoji sredi reke, ki teče s hitrostjo 8 m/s? Steber je širok 0,5 m, voda pa globoka 60 cm.
11. Kako je polmer mehurčka zraka v vodi odvisen od globine, kjer se nahaja? Kako se mehurček giblje? Kako se spreminjata hitrost in pot v odvisnosti od časa?

Rp: problem zastavimo v dveh večjih korakih



Slika 24: sile na mehurček zraka v vodi

najprej statično, nato dinamično

pri statičnem reševanju je vsota zunanjih sil enaka nič, pri dinamičnem pa ma

statični približek uporabimo z izgovorom, da je sila vzgona nekaj 100 krat večja od teže, torej je pospešek tako velik, da mehurček v zelo kratkem času doseže svojo maksimalno hitrost

Glej slike 38 in rešitev na 145!

12. Obe nosnici skupaj imata presek 2 cm^2 . Kolikšna je hitrost zraka v nosnicah, kadar gre skozi 0,51 zraka na sekundo?
13. S kolikšno razliko tlakov lahko damo zraku hitrost 10 m/s ?
14. Iz enakih posod z enakimi luknjicami iztekata zrak in helij pod enakima tlakoma. Kateri plin izteka hitreje in kolikokrat hitreje, če je gostota zraka $7,25\times$ tolikšna kot gostota helija?
15. Kolikšno največjo hitrost doseže pri padanju v zraku gumijasta žoga s premerom 20 cm ? [$\rho_{\text{zrak}} = 1,2\text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{zoga}} = 7,8\text{ kg/m}^3$]
16. Kako hitro se dviguje balon premera 2 m napolnjen s helijem, ki nosi breme 1 kg ? Plašč balona tehta 250 g . [$\rho_{\text{zrak}} = 1,29\text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{He}} = 0,178\text{ kg/m}^3$, $\eta_{\text{zrak}} = 1,7 \cdot 10^{-5}\text{ kg/sm} = 1,7 \cdot 10^{-5}\text{ Ns/m}^2$, $c_u = 0,4\text{ kg/m}^3$]
17. Kolikšen upor deluje na kroglast kamen s premerom 2 cm , če leti po zraku s hitrostjo 10 m/s ? Ali smemo ta upor v primeri s težo kamna zanemariti, če računamo na 5% natančno? [$\rho_{\text{zrak}} = 1,2\text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{zoga}} = 2,7\text{ kg/m}^3$]
18. Sava pri Šmartnem pri Ljubljani je poleti široka 50 m in povprečno 1 m globoka ter nosi 50 m^3 vode na sekundo. Kolikšna je povprečna hitrost vode?
19. S kolikšno največjo hitrostjo lahko brizga voda iz počene vodovodne cevi, v kateri je tlak za 3 bare večji kot zunaj?
20. Iz enakih posod z enakimi luknjicami iztekata zrak in vodik pod enakima tlakoma. Kateri plin izteka hitreje in kolikokrat hitreje, če je gostota zraka $14,4\times$ tolikšna kot gostota vodika?
21. Kolikšno največjo hitrost doseže pri padanju v zraku jeklena kroglica s premerom 2 mm ? [$\rho_{\text{zrak}} = 1,2\text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{jekla}} = 7,8\text{ kg/m}^3$]
22. V vodi spustimo kovinsko kroglico s premerom 2 cm , da pada proti dnu. Merimo hitrost kroglice v odvisnosti od časa. Podatki so podani v tabeli:

$t[\text{s}]$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$v[\text{m/s}]$	0	0,73	1,23	1,45	1,58	1,60	1,61	1,62	1,63	1,63	1,63

Nariši graf hitrosti v odvisnosti od časa in na njem določi največjo hitrost, ki jo doseže kroglica! Koliko je masa kroglice, če je koeficient upora $0,4$?

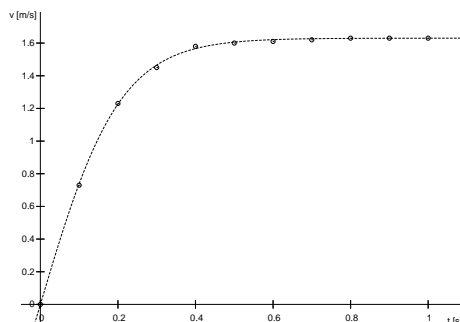
Rp: Točke hitro vnesemo v graf in jih povežemo z gladko krivuljo, ki se jim kar najbolje prilega (slika 25). Največjo hitrost lahko določimo grafično: to je tam, kjer je krivulja vodoravna; ali pa iz tabele, saj se vrednosti za hitrost pri zadnjih treh časih ponovijo.

Maso kroglice izračunamo s pomočjo največje hitrosti. Kadar se hitrost telesa ne povečuje več, potem je sila upora na telo nasprotno enaka vsoti ostalih sil, ki delujejo na telo. V našem primeru, vleče teža kroglice navzdol, vzgon pa navzgor. Razlika teže in vzgona je zato enaka sili upora. Tako izrazimo težo, izraz poenostavimo in izračunamo:

$$F_g = F_v + F_u = \rho\pi r^2 \left(\frac{4}{3}rg + \frac{1}{2}c_u v^2 \right) = 0,209\text{ N}$$

Tako ugotovimo, da je masa kroglice 21 g .

Nekateri radi veliko računajo in si sproti zapisujejo vmesne rezultate. V našem primeru bi najprej izračunali prostornino $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 4,19\text{ cm}^3$, potem silo vzgona $F_v = 0,0419\text{ N}$ in silo upora $F_u = 0,167\text{ N}$. Njuna vsota je enaka teži kroglice $F_g = F_v + F_u = 0,209\text{ N}$ in tako je masa $m = 20,9\text{ g}$.



Slika 25: Graf hitrosti v odvisnosti od časa za gibanje telesa, kadar moramo upoštevati upor sredstva, skozi katerega se giblje predmet.

23. Z dna globokega bazena spustimo leseno kroglico s premerom 2 dm, da se dviguje proti površju. Merimo hitrost kroglice v odvisnosti od časa. Podatki so podani v tabeli:

t [s]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
v [m/s]	0	0,76	1,27	1,54	1,64	1,70	1,71	1,72	1,73	1,73	1,73

Nariši graf hitrosti v odvisnosti od časa in na njem določi največjo hitrost, ki jo doseže kroglica! Koliko je masa kroglice, če je koeficient upora 0,4?

Rp: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 4,19 \text{ dm}^3$, $F_v = 41,9 \text{ N}$, $F_u = 18,8 \text{ N}$, $F_g = F_v - F_u = 23 \text{ N}$, $m = 2,3 \text{ kg}$.

24. Na enaki globini pod površino Bohinjskega jezera sta dva mehurčka, ki imata enako maso plina. V prvem mehurčku je ogljikov dioksid, v drugem pa vodik. Relativna atomska masa ogljika je 12, kisika 16 in vodika 1. Na gladini jezera je tlak 937 mbar, temperatura zraka in vode je povsod enaka 4°C. Oba mehurčka sta dosegla največjo hitrost. Kateri mehurček se giblje z večjo hitrostjo? Koliko je razmerje med obema hitrostima dvigovanja?
(*Kako in zakaj se spremeni razmerje hitrosti mehurčkov, če se spremenita tlak in temperatura vode?

Rp: Če predpostavimo, da je teža plina v mehurčku zanemarljiva glede na vzgon $F_g \ll F_v$, potem lahko iz enakosti sile vzgona in sile upora $F_v = F_u$, na katero sklepamo iz stalne hitrosti mehurčka, izračunamo hitrost mehurčka ob pogoju, da je le-ta okrogel.

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_v g = \frac{1}{2}c_u \pi r^2 \rho_v v^2$$

Ob dveh predpostavkah: teža je zanemarljiva in 'mehurček je okrogel' (si se že kdaj potapljal?) ugotovimo:

$$v^2 = \frac{8gr}{3c_u} \rightarrow v \propto \sqrt{r}$$

Ker je po drugi strani tudi res $r = \frac{3V}{4\pi}$, torej $r \propto \sqrt[3]{V}$, mora nujno biti ob naših prepostavkah res, da je $v \propto \sqrt[6]{V}$. Tako dobimo za razmerje hitrosti v odvisnosti od prostornine:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}} = \sqrt[6]{\frac{V_1}{V_2}}$$

Ko v enačbo vstavimo prostornino izraženo iz plinskega zakona $V = \frac{mRT}{Mp}$, se kopica količin pokrajša in dobimo:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt[6]{\frac{M_2}{M_1}} = 1,67$$

Ugotovimo lahko, da večja kot je molska masa plina, manjša je njegova hitrost.

(*) se očitno ne spremeni

Pretresimo predpostavke:

če upoštevamo še težo plina v mehurčku:

$$v^2 = \frac{8gr}{3c_u} \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_v v} \right)$$

tako po krajšem računu ugotovimo:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt[6]{\frac{M_2}{M_1}} \sqrt{\frac{1 - aM_1}{1 - aM_2}}$$

kjer je a odvisen od tlaka in temperature:

$$a = \frac{p}{\rho_v RT} \simeq 8,59 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kmol}}{\text{kg}}$$

Nisem še uspel razrešiti problem oblike mehurčka.

25. Na enaki globini pod površino Blejskega jezera sta dva mehurčka, ki imata enako maso plina. V prvem mehurčku je didušikov monoksid (smejalni plin), v drugem pa vodik. Relativna atomska masa kisika je 16, dušika 14 in vodika 1. Na gladini jezera je tlak 943 mbar, temperatura zraka in vode je povsod enaka 7°C . Oba mehurčka sta dosegla največjo hitrost. Kateri mehurček se giblje z večjo hitrostjo? Koliko je razmerje med obema hitrostima dvigovanja?

(*)Kako in zakaj se spremeni razmerje hitrosti mehurčkov, če se spremenita tlak in temperatura vode?

Rp:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt[6]{\frac{M_2}{M_1}} = 1,67$$

26. Standardna ping pong žogica ima premer 4,0 cm in gostoto $0,080 \text{ kg/dm}^3$. Spustimo jo, da prosto pada. Zračni tlak je 915 mbara, temperatura zraka 32°C in koeficient upora 0,4. V nekem trenutku je njen pospešek tri četrtine težnega pospeška ($a = \frac{3}{4}g$). Koliko je tedaj razmerje med silo upora in težo?
27. Stara standardna ping pong žogica je imala premer 3,7 cm in gostoto $0,10 \text{ kg/dm}^3$. Spustimo jo, da prosto pada. Zračni tlak je 1055 mbara, temperatura zraka 2°C in koeficient upora 0,5. V nekem trenutku je njen pospešek tri petine težnega pospeška ($a = \frac{3}{5}g$). Koliko je tedaj razmerje med silo upora in težo?
28. Kolikšen upor deluje na okroglo žogo s premerom 4,7 cm, če leti po zraku s hitrostjo 10 m/s ? Gostota žoge je $0,59 \text{ kg/dm}^3$, zračni tlak 915 mbara, temperatura zraka 32°C in koeficient upora 0,4. (+)Koliko sme biti največja hitrost žoge, da bo natančnost rezultata 1%?
29. Standardna ping pong žogica ima premer 4,0 cm in gostoto $0,080 \text{ kg/dm}^3$. Spustimo jo, da prosto pada. Zračni tlak je 915 mbara, temperatura zraka 32°C in koeficient upora 0,4. V nekem trenutku je njen pospešek tri četrtine težnega pospeška ($a = \frac{3}{4}g$). Koliko je tedaj razmerje med silo upora in težo? Kolikšna je v tem trenutku hitrost žogice? (+)Nariši graf rezultante sil na ping pong žogico v odvisnosti od hitrosti!
30. Stara standardna ping pong žogica je imala premer 3,7 cm in gostoto $0,10 \text{ kg/dm}^3$. Spustimo jo, da prosto pada. Zračni tlak je 1055 mbara, temperatura zraka 2°C in koeficient upora 0,5. V nekem trenutku je njen pospešek tri petine težnega pospeška ($a = \frac{3}{5}g$). Koliko je tedaj razmerje med silo upora in težo? Kolikšna je v tem trenutku hitrost žogice? (+)Nariši graf rezultante sil na ping pong žogico v odvisnosti od hitrosti!

5.4 T raztezanje

- Na steklen okvir je pritrjena jeklena žica debeline 0,01 mm in dolžine 10 cm. napetost žice pri 20°C je 0,1 N. Kolikšna je napetost žice pri 100°C ? (temperaturni razteznostni koeficient za steklo: $0,85 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, temperaturni razteznostni koeficient za jeklo: $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, prožnostni modul za jeklo: 206 N/m^2)
- Kolikšen mora biti razmik med tračnicami z dolžino 20 m, če se pozimi ohladijo do -30°C , poleti pa segrejejo do 90°C ? Koeficient temperaturnega raztezka za jeklo je $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$!

3. Kolikšen mora biti razmik med cesto in viaduktom, ki je dolg 10 m, če se viadukt pozimi ohladi do -20°C , poleti pa segreje do 90°C ? Temperaturni koeficient linearnega raztezka za beton je $1,5 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$!
4. Litrsko steklenico napolnimo z vodo pri temperaturi 20°C , in trdno zapremo. V zamašek zapičimo cevko s presekom 2mm^2 . Kako visoko se dvigne voda v zamašku, ko steklenico z vodo segrejemo do 100°C ?
5. V valjasto aluminijasto posodo s premerom 12 cm in višino 12 cm natočimo vodo, ki ima na začetku temperaturo 10°C , tako kot posoda. Posoda je do vrha polna! Postavimo jo na grelnik in segrejemo na 70°C . Koliko vode steče iz posode? ($\beta_{\text{voda}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$, $\alpha_{\text{aluminij}} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$)
6. V valjasto aluminijasto posodo s premerom 7 cm in višino 7 cm natočimo vodo, tako da je na začetku pri temperaturi 75°C , posoda do roba polna. Posodo postavimo v hladilnik, kjer se temperatura čez čas ustali na 5°C . Koliko vode bi lahko dolili v posodo? ($\beta_{\text{voda}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$, $\alpha_{\text{aluminij}} = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$)
7. V cevki, ki je dolga 1 m in ima notranji premer 3 mm, je 20 g živega srebra pri temperaturi 30°C . Za koliko se premakne živo srebro, ko se termometer ohladi za 10°C ? Kako dolga je ena stopinja na skali tega termometra? ($\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\beta_{\text{Hg}} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$, $\alpha_{\text{steklo}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$)

Rp: ko se termometer ohladi, se ohladi tako steklo kot živo srebro; upoštevati je treba temperaturno raztezanje obeh

če bo steklena cevka postavljena vodoravno, se bo živo srebro razlilo iz nje, zato cevko raje postavimo navpično

(op.: pri tej nalogi se srečamo s težavo natančnega računanja, oziroma z majhnimi spremembami, ki nam pri postopnem računanju prinesejo precejšnje napake.)

V približku bi lahko sklepali, da je raztezanje stekla zanemarljivo majhno, glede na to, da je koeficient temperaturnega raztezanja stekla okoli 20 krat manjši od koeficienta temperaturnega raztezanja živega srebra

v tem približku bi računali takole:

$$\Delta l = l - l_o = \frac{V_o - \Delta V_a}{S_o - \Delta S_s} - \frac{V_o}{S_o} = \frac{\Delta V_a}{S_o} = \beta \frac{V_o}{S_o} \Delta T = -0,037 \text{ cm}$$

pri tem smo spremembo preseka cevke ΔS_s zanemarili!

dolžina ene stopinje:

$$l_1 = \frac{|\Delta l|}{10} = 37 \mu\text{m} = 0,0037 \text{ cm}$$

Če hočemo biti bolj natančni, hitro zaidemo v težave, še posebno če se lotimo reševanja z vmesnimi računi. Pri tem relativna napaka raste in ...

V tem primeru predpostavimo, da so vsi podatki podani na tri številska mesta natančno in vse vmesne rezultate zaokrožimo na tri številska mesta.

Začetna višina živega srebrnega stolpca:

$$l_o = \frac{V_o}{S_o} = \frac{m}{\rho_{\text{Hg}} \pi r^2} = \frac{1,47 \text{ cm}^3}{0,0707 \text{ cm}^2} = 20,8 \text{ cm}$$

sprememba prostornine živega srebra:

$$\Delta V_{\text{Hg}} = \beta V_o \Delta T = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1} \cdot 1,47 \text{ cm}^3 \cdot 10 \text{ K} = -2,65 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3$$

sprememba preseka steklene cevke:

$$\Delta S_s = 2\alpha S_o \Delta T = 2 \cdot 1 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1} \cdot 7,07 \text{ mm}^2 \cdot 10 \text{ K} = -14,1 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^2$$

nova višina živega srebra v stekleni cevi:

$$l = \frac{V_o - \Delta V_{\text{Hg}}}{S_o - \Delta S_s} = \frac{1,46735 \text{ cm}^3}{7,06856 \text{ mm}^2} = 20,76 \text{ cm}$$

sprememba višine alkoholnega stolpca:

$$\Delta l = l - l_o = -0,040 \text{ cm}$$

Rezultat, ki smo ga dobili, je osupljiv! V dobri veri, da bomo dobili bolj natančen rezultat, saj smo upoštevali tudi raztezanje (pravzaprav krčenje) stekla, smo zagreto računali; rezultat pa je očitno manj natančen kot približek, ki smo ga naračunali na začetku. Ko smo približno računali, nismo upoštevali krčenje stekla; ugotovili smo, da se gladina živega srebra zniža za 0,037 cm. Če pa upoštevamo še krčenje stekla, potem bi pričakovali manjše znižanje gladine, ne pa večje, kot smo izračunali. Razlika, ki je navidez nepredvidoma nastala, je posledica kopičenja napak.

Temu se izognemo tako, da ne delamo vmesnih izračunov, ampak rezultat izrazimo s podanimi količinami in samo enkrat izračunamo.

$$\Delta l = l - l_o = \frac{V_o - \Delta V_{Hg}}{S_o - \Delta S_s} - l_o = \frac{V_o(1 - \beta\Delta T)}{S_o(1 - 2\alpha\Delta T)} - l_o$$

$$\Delta l = \frac{m(1 - \beta\Delta T)}{\rho_{Hg}\pi r^2(1 - 2\alpha\Delta T)} - \frac{m}{\rho_{Hg}\pi r^2} = \frac{m}{\rho_{Hg}\pi r^2} \left(\frac{2\alpha - \beta}{1 - 2\alpha\Delta T} \right) = -0,0333 \text{ cm}$$

Rezultat je veliko boljši kot z vmesnimi računi!

8. V cevki, ki je dolga 10 m in ima notranji premer 3 mm, je 20 g obarvanega alkohola pri temperaturi 30°C. Za koliko se premakne alkohol, ko se termometer segreje za 10°C? Kako dolga je ena stopinja na skali tega termometra? ($\rho_{alko} = 0,75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\beta_{alko} = 11 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_{steklo} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rp: enako kot pri zgornji nalogi
približno:

$$\Delta l = 4,15 \text{ cm}$$

z vmesnimi računi:

$$\Delta l = 4,0 \text{ cm}$$

izrazimo Δl s podanimi količinami:

$$\Delta l = 4,07 \text{ cm}$$

9. V cevki, ki je dolga 5 m in ima notranji premer 3 mm, je 20 g živega srebra pri temperaturi 30°C. Za koliko se premakne živo srebro, ko se termometer ohladi za 10°C? Kako dolga je ena stopinja na skali tega termometra? ($\rho_{Hg} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\beta_{Hg} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_{steklo} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)
10. V cevki, ki stoji navpično, je dolga 10 m in ima notranji premer 3 mm, je 200 g živega srebra pri temperaturi 30°C. Za koliko se premakne živo srebro, ko se termometer ohladi za 10°C? Kako dolga je ena stopinja na skali tega termometra? ($\rho_{Hg} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\beta_{Hg} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_{steklo} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)
11. Železni pokrov električnega jaška ima obliko kvadrata s stranico 70 cm. Za koliko se poveča njegova ploščina, če se segreje za 50°C?
12. Kovanec ima premer 2 cm. Za koliko se poveča njegova ploščina, če se segreje za 30°C?
13. Aluminijasta plošča ima obliko kvadrata s stranico 30 cm. Za koliko se poveča njena ploščina, ko se segreje za 20°C?
14. Zgoščanka (CD plošček, tlačanka...) ima premer 11,5 cm. Za koliko se poveča njena ploščina, ko se segreje za 40°C?
15. V cevko s presekom 2 mm² vlijemo 1 cm³ petroleja. Ko ga segrejemo od 0°C do 50°C, se gladina petroleja v cevki dvigne za 25 mm. Kolikšen je koeficient prostorskega temperaturnega raztezka petroleja? Za koliko se v resnici poveča prostornina petroleja, če upoštevamo, da se pri segrevanju od 0°C do 50°C razteza tudi steklo iz katerega je cevka? (linearni temperaturni koeficient za steklo je $7,6 \cdot 10^{-6} \text{ st}^{-1}$)

16. V cevko s presekom 2 mm^2 vlijemo 1 cm^3 petroleja. Ko ga segrejemo od 0°C do 50°C , se gladina petroleja v cevki dvigne za 25 mm . Kolikšen je koeficient prostorskega temperaturnega raztezka petroleja? Za koliko se v resnici poveča prostornina petroleja, če upoštevamo, da se pri segrevanju od 0°C do 50°C razteza tudi steklo iz katerega je cevka? (linearni temperaturni koeficient za steklo je $7,6 \cdot 10^{-6}\text{ st}^{-1}$)
17. V cevko s presekom 3 mm^2 vlijemo 4 cm^3 vode. Ko jo segrejemo od 0°C do 70°C , se gladina vode v cevki dvigne za 35 mm . Kolikšen je koeficient prostorskega temperaturnega raztezka vode? Za koliko se v resnici poveča prostornina vode, če upoštevamo, da se pri segrevanju od 0°C do 70°C razteza tudi steklo iz katerega je cevka? (linearni temperaturni koeficient za steklo je $7,6 \cdot 10^{-6}\text{ st}^{-1}$)
18. Zgoščanka (CD plošček, tlačanka...) ima premer $11,9\text{ cm}$. Za koliko procentov se poveča njena ploščina, ko se segreje za 50°C ? Temperaturni koeficient dolžinskega raztezanja plasite je $42,4 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$.
19. Kovanec ima premer $3,07\text{ cm}$. Za koliko procentov se poveča njegova ploščina, če se segreje za 70°C ? Temperaturni koeficient dolžinskega raztezanja kovine je $21,4 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$.
20. Merili smo temperaturni koeficient prostorninskega raztezanja petroleja. V dovolj dolgo cevko s presekom 4 mm^2 smo vlili petrolej. Merili smo temperaturo petroleja in višino, do katere je segal petrolej v cevki. Meritve smo zbrali v tabeli:

$T[^\circ\text{C}]$	20	23,2	36,1	42,2	45,5	51,7	65,8	72,9	74,8	79,5
$h[\text{cm}]$	73,5	73,9	74,5	74,9	75,3	75,8	76,3	76,7	77,2	77,7

Nariši graf višine v odvisnosti od temperature! Koliko je temperaturni koeficient prostorninskega raztezanja petroleja? (+)Koliko je relativna napaka tako določenega koeficienta?

21. Merili smo temperaturni koeficient prostorninskega raztezanja petroleja. V dovolj dolgo cevko s presekom 4 mm^2 smo vlili petrolej. Merili smo temperaturo petroleja in višino, do katere je segal petrolej v cevki. Meritve smo zbrali v tabeli:

$T[^\circ\text{C}]$	20	23,2	36,1	42,2	45,5	51,7	65,8	72,9	74,8	79,5
$h[\text{cm}]$	73,5	73,9	74,5	74,9	75,3	75,8	76,3	76,7	77,2	77,7

Nariši graf višine v odvisnosti od temperature! Koliko je temperaturni koeficient prostorninskega raztezanja petroleja? (+)Koliko je relativna napaka tako določenega koeficienta?

5.5 plinski zakon

1. Izračunaj prostornino kilomola zraka pri tlaku 1 bar in temperaturi 20°C !

Rp: prostornina: $24,36\text{ m}^3$

hmmm. . . bolje bi bilo:

iz plinske enačbe $pV = m/MRT$ izrazimo prostornino :

$$V = \frac{mRT}{Mp} = \frac{29\text{ kg} \cdot 8300\text{ Jkmol}^{-1}\text{K}^{-1} \cdot 293\text{ K}}{29\text{ kgkmol}^{-1} \cdot 10^5\text{ Nm}^{-2}} = 24,3\text{ m}^3$$

?pa saj menda ni tako težko?ali pač!

2. Izračunaj prostornino kilomola helija pri tlaku 2 bara in temperaturi 20°C !

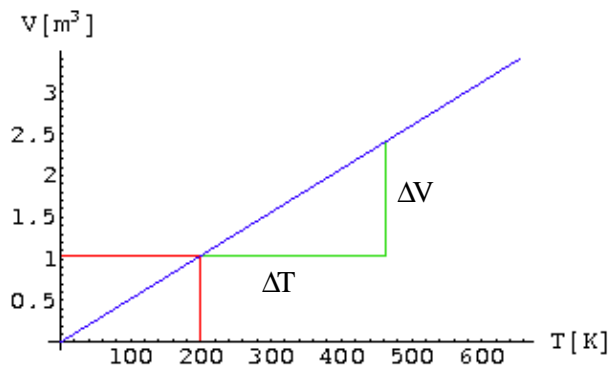
Rp: prostornina: $12,18\text{ m}^3$

3. Koliko je hitrost molekule kisika, helija in vodne pare pri navadnem tlaku in temperaturi?
4. Koliko atomov kisika je v 1 cm^3 zraka pri tlaku 2 bara in temperaturi 20°C ?

Rp: $N = 4,89 \cdot 10^{24}$

5. Koliko atomov dušika je v 1 cm^3 zraka pri tlaku 2 bara in temperaturi 20°C ?

Rp: $N = 4,94 \cdot 10^{23}$



Slika 26: graf $V(T)$ pri konstantnem tlaku; ker je prostornina sorazmerna s temperaturo mora veljati: $\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{V}{T}$

6. Dokaži, da je pri plinu temperaturni koeficient prostorninskega raztezka $\beta = 1/T$!

Rp: Zakon prostorninskega raztezanja pravi:

$$\Delta V = \beta V \Delta T \text{ oziroma } \frac{\Delta V}{\Delta T} = \beta V = \text{konst.}$$

Razmerje med spremembo prostornine in spremembo temperature lahko izrazimo tudi iz plinske enačbe:

$$\frac{pV}{T} = \text{konst.} \text{ ali če je tlak konstanten: } \frac{V}{T} = \text{konst.}$$

s pomočjo grafa $V(T)$ lahko vidimo, da mora biti $\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{V}{T}$

lahko pa tudi izračunamo:

$$\frac{V_k}{T_k} = \frac{V}{T}$$

kjer sta V in T začetni vrednosti prostornine in temperature, V_k in T_k pa končni.

končna prostornina: $V_k = \frac{V}{T} T_k$

sprememba prostornine:

$$\Delta V = V_k - V = \frac{V}{T} T_k - V = V \left(\frac{T_k}{T} - 1 \right) = V \left(\frac{T_k - T}{T} \right) = V \frac{\Delta T}{T}$$

zato je razmerje

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{V}{T}$$

kot smo prej že videli na grafu!

ko primerjamo enačbi:

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} = \beta V \quad \text{in} \quad \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{V}{T}$$

in jih enačimo dobimo: $\beta V = \frac{V}{T}$

oziroma

$$\beta = \frac{1}{T}$$

q.e.d.

7. Koliko je gostota kisika pri 0°C in tlaku 1 bar? Nariši graf $\rho(T)$ in ga označi?

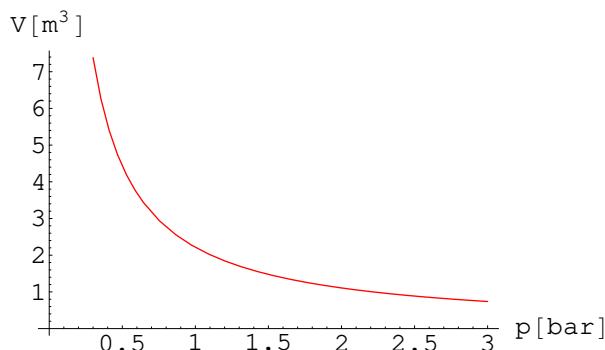
Rp: gostota = $1,40 \text{ kg/m}^3$

8. Koliko je gostota vodika pri 0°C in tlaku 2 bar? Nariši graf $\rho(T)$ in ga označi?

Rp: gostota = $0,17 \text{ kg/m}^3$

9. V plinskem termometru pri konstantnem tlaku je 100 cm^3 helija pri temperaturi 0°C . Vrat bučke s plinom je podaljšan v cevko s presekom 10 mm^3 , v kateri je kaplja živega srebra. Koliko se premakne kaplja, ko se temperatura poveča za stopinjo? Koliko se premakne kaplja, ko se temperatura poveča za 100 stopinj?
10. Prazen balon ima maso 500 kg. Napolniš ga s 1400 m^3 vodika pri tlaku 1 bar. Koliko vreč peska lahko naložiš nanj, če je masa ene vreče 50 kg? Na višini 2 km se tlak zmanjša na polovico, temperatura pa ostane 20°C . Koliko vreč peska moraš odvreči, da se boš še vedno dvigoval, če
 - (a) balon ni raztegljiv in
 - (b) balon je raztegljiv, tako da je zunanji tlak enak notranjemu?
11. V jeklenki s prostornino 10 dm^3 imamo 2 kg butana (C_4H_{10}) pri temperaturi 27°C . Na jeklenko priključimo manjšo jeklenko s prostornino 5 dm^3 , odpremo ventil in počakamo, da se tlaka izravnata. Kolikšen je končni tlak v jeklenkah? Koliko molekul je v obeh jeklenkah? Predpostavi, da je temperatura butana vseskozi enaka!
12. Jeklenka s prostornino 15 dm^3 je napolnjena s CO_2 . Temperatura je 19°C , tlak pa 100 barov. Za koliko se lahko plin v jeklenki segreje, če je najvišji tlak, ki ga posoda zdrži 5 kbarov? Koliko molekul je v jeklenki, če je masa plina 2,72 kg?
13. Jeklenka s prostornino 40 dm^3 je napolnjena z butanom, v njej pa je tlak 25 bar. Za koliko se sme segreti, če je maksimalni tlak, ki ga posoda zdrži, 30 bar, plin pa ima temperaturo 20°C ?
14. Jeklenka z butanom drži 40l, v njej pa je tlak 25 bara. Za koliko se tlak spremeni, ko temperaturo povečamo od 20°C na 80°C ? Koliko je molekul v 10 kg plina, če je kilomolska masa butana 16 kg?
15. V tlačilki ima zrak pod batom prostornino 100 cm^3 in tlak 750 mbar. Kolikšen je tlak, ko zrak stisnemo pri stalni temperaturi na 40 cm^3 .
16. Jeklenka z butanom drži 40l, v njej pa je tlak 25 bar. Koliko butana uide pri zračnem tlaku 720 mbar?
17. 20 m^3 kisika s temperaturo 80°C in tlakom 50 N/cm^2 segrejemo na 200°C in stisnemo na 80 N/cm^2 . Kolikšna je končna prostornina?
18. V prvi posodi imamo 310 ml toluena pri temperaturi 20°C , v drugi pa 110 ml toluena pri temperaturi 30°C . Kolikšen volumen snov zavzema, če oboje zmešamo?
19. Pri temperaturi 100°C je 2 kg dušika. Koliko je prostornina dušika pri tlaku 2 bara in koliko pri tlaku 0,5 bara? Nariši graf prostornine v odvisnosti od tlaka za ta primer in ga označi!

Rp: iz plinske enačbe $pV = m/MRT$ izrazimo tlak: $p = \frac{mRT}{VM}$



Slika 27: graf $p(V)$ tlak je obratno sorazmeren s prostornino

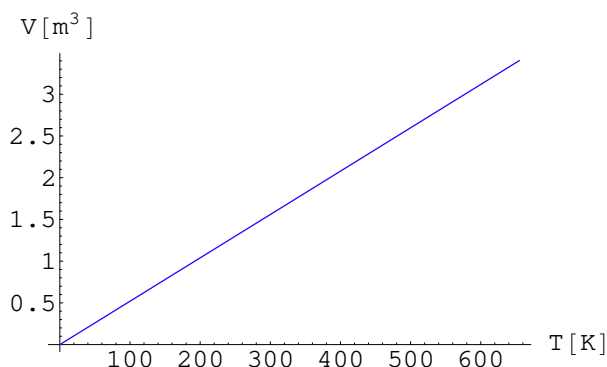
vstavimo podatke:

$$T = 100^\circ\text{C} = 373\text{ K}$$

$$\begin{aligned}
 m &= 2 \text{ kg} \\
 M &= 28 \text{ kg/kmol} \\
 R &= 8314 \text{ J/(kmolK)} \\
 p_1 &= 2 \text{ bara} = 210^5 \text{ N/m}^2 \\
 p_2 &= 0,5 \text{ bara} = 0,510^5 \text{ N/m}^2 \\
 \text{dobimo prostornini:} \\
 V_1 &= 1,11 \text{ m}^3 \\
 V_2 &= 4,43 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

20. Pri tlaku 1,5 bara je 3kg kisika. Koliko je prostornina kisika pri temperaturi 27°C in pri temperaturi 327°C? Nariši graf prostornine v odvisnosti od temperature za ta primer in ga označi!

Rp: iz plinske enačbe $pV = m/MRT$ izrazimo prostornino: $V = (mRT)/(pM)$



Slika 28: graf $V(T)$ pri tlaku 1,5 bara prostornina je sorazmerna s tlakom

$$\begin{aligned}
 \text{vstavimo podatke:} \\
 p &= 1,5 \text{ bara} = 1,510^5 \text{ N/m}^2 \\
 m &= 3 \text{ kg} \\
 M &= 32 \text{ kg/(kmol)} \\
 R &= 8314 \text{ J/(kmolK)} \\
 T_1 &= 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K} \\
 T_2 &= 327^\circ\text{C} = 600 \text{ K} \\
 \text{dobimo prostornini:} \\
 V_1 &= 1,56 \text{ m}^3 \\
 V_2 &= 3,12 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

21. Pri tlaku 1,5 bara je 3 kg kisika. Koliko atomov kisika je v posodi?
22. Izračunaj prostornino kilomola zraka pri tlaku 3 bare in temperaturi 120°C!
23. Izračunaj prostornino kilomola helija pri tlaku 2 bara in temperaturi 180°C!
24. Nariši graf, ki kaže zvezo med prostornino in tlakom idealnega plina pri stalni temperaturi! Odgovor utemelji!
25. Nariši graf, ki kaže zvezo med tlakom in temperaturo idealnega plina pri stalni prostornini! Odgovor utemelji!
26. Jeklenka ima prostornino 15l. V njej je pri tlaku 4 bare in temperaturi 27°C butan (C_4H_{10}) v plinastem agregatnem stanju. Koliko je masa butana?
27. V jeklenko lahko načrpamo 2 kg propana (C_3H_8). Pri tem se tlak v jeklenki dvigne na 6 barov pri temperaturi 27°C. Koliko je prostornina jeklenke, če ostane propan v plinastem agregatnem stanju?

28. Koliko atomov kisika je v 1 mm^3 zraka pri tlaku 2 bara in temperaturi 20°C ?
29. Koliko atomov dušika je v 1 mm^3 zraka pri tlaku 2 bara in temperaturi -20°C ?
30. Koliko je gostota zraka v učilnici, ki ima dimenzije $5 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 8 \text{ m}$, če je tlak 980 mbara in temperatura 29°C ter koliko pri enaki temperaturi in tlaku 1050 mbar? Nariši graf gostote v odvisnosti od tlaka in graf gostote v odvisnosti od temperature za ta primer in oba grafa označi!
31. Koliko je gostota zraka v učilnici, ki ima dimenzije $5 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 8 \text{ m}$, če je tlak 980 mbara in temperatura 17°C ? Nariši graf gostote v odvisnosti od temperature za ta primer in ga označi
32. Žarnica na žarilno nitko ima prostornino $0,05 \text{ l}$. Napolnjena je z razredčenim plinom, vendar ne vemo točno katerim (lahko je zrak, žlahtni plin. . .). Ko je plin v njej segret na 2100 K , je v žarnici $4 \cdot 10^{15}$ molekul plina. Koliko je tlak plina v žarnici? Kako in zakaj se spremeni število molekul v žarnici, ko žarnico ugasnemo in se plin v njej ohladi na 300 K ?

Rp: iz plinske enačbe $pV = NkT$ izrazimo tlak in izračunamo:

$$p = \frac{NkT}{V} = 2,32 \text{ Pa}$$

Če ne more nič molekul iz žarnice in nič molekul v žarnico, potem se število molekul v žarnici ne spremeni; ne glede na to, kako se spreminjata tlak in temperatura plina, ki je v njej.

33. Žarnica na žarilno nitko ima prostornino $0,1 \text{ l}$. Napolnjena je z razredčenim plinom, vendar ne vemo točno katerim (lahko je zrak, žlahtni plin. . .). Ko je plin v njej segret na 1200 K , je v žarnici tlak 3 Pa . Koliko molekul plina je v žarnici? Kako in zakaj se spremeni tlak plina v žarnici, ko žarnico ugasnemo in se plin v njej ohladi na 300 K ?

Rp: Iz plinske enačbe izrazimo število molekul N in izračunamo: $N = 1,8 \cdot 10^{16}$.

Plinska enačba $pV = NkT$ nam pove, da je tlak plina sorazmeren s temperaturo plina $p \propto T$, če je prostornina konstantna. Steklena bučka se skrči, ko se ohladi, vendar smemo to spremembo prostornine zanemariti. Ker se temperatura plina v žarnici zmanjša za $4 \times$ se mora prav tolikokrat zmanjšati tudi tlak. Torej bo tlak v žarnici, ko se le-ta ohladi $p = \frac{3}{4} \text{ Pa} = 0,75 \text{ Pa}$.

Zgolj iz radovednosti izračunam še spremembo prostornine steklene žarnice (temperaturni raztezni koeficient za steklo pri $T = 20^\circ\text{C}$: $0,85 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_{\text{steklo}} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $7,6 \cdot 10^{-6} \text{ st}^{-1}$; zanimivo, koliko različnih vrednosti). Prva težava, ki jo srečam je vprašanje, koliko je temperaturni koeficient raztezka. Najdem samo vrednosti za 20°C , ne pa tudi za 1200 K ali 300 K ; in najbrž je temperaturni odvisen od temperature. Vzamem največjo vrednost, ki sem jo našel $\alpha = 1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ in izračunam:

$$\Delta V = \beta V \Delta T = 3\alpha V \Delta T = 0,00271$$

Ko sedaj v plinski enačbi upoštevam spremembo prostornine:

$$p = \frac{p_o T V_o}{T_o (V_o - \Delta V)} = 0,77 \text{ Pa}$$

hja, malo se pa le pozna!

34. Pri temperaturi 50°C je 2 kg didušikovega oksida (smejalni plin). Relativna atomska masa dušika je 14, kisika pa 16. Koliko je tlak plina pri prostornini 4 m^3 in koliko pri prostornini $0,5 \text{ m}^3$? Nariši graf tlaka v odvisnosti od prostornine za ta primer in ga označi!

Rp: Smejalni plin (N_2O) ima molsko maso $2 \cdot 14 + 16 = 44 \text{ kg/kmol}$. S pomočjo plinske enačbe izračunamo tlak p_1 pri prostornini $V_1 = 4 \text{ m}^3$ (lahko bi začeli tudi s tlakom p_2 pri prostornini $V_2 = 0,5 \text{ m}^3$):

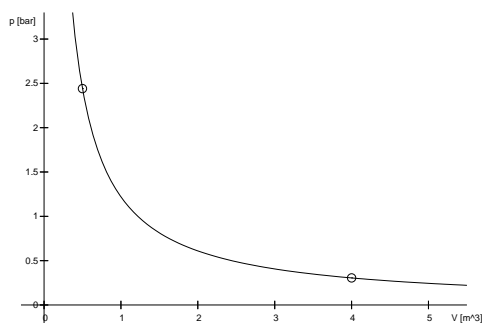
$$p_1 V_1 = \frac{mRT}{M} \Rightarrow p_1 = \frac{mRT}{M V_1} = 0,305 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,305 \text{ bar} = 30,5 \text{ kPa}$$

Na podoben način lahko izračunamo tudi tlak p_2 . Lahko smo malo bolj zviti in uporabimo Boyleov zakon, ki povezuje tlak in prostornino pri konstantni temperaturi T : $p_1 V_1 = p_2 V_2$ in s pomočjo enačbe izračunamo:

$$p_2 = \frac{V_1 p_1}{V_2} = 2,441 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2,441 \text{ bar} = 244,1 \text{ kPa}$$

ali pa preprosto sklepamo: tolikokrat kot se prostornina zmanjša se mora tlak povečati, če je pri tem temperatura konstantna.

Točki vnesemo v graf in ju povežemo z lepo hiperbolo (slika 29).



Slika 29: Graf tlaka v odvisnosti od prostornine za smejalni plin.

35. Pri temperaturi 150°C je 2 kg ogljikovega dioksida. Relativna atomska masa ogljika je 12 , kisika pa 16 . Koliko je prostornina plina pri tlaku 2 bara in koliko pri tlaku $0,25 \text{ bara}$? Nariši graf prostornine v odvisnosti od tlaka za ta primer in ga označi!

Rp: $V_1 = 0,799 \text{ m}^3$, $V_2 = 6,39 \text{ m}^3$

36. Koliko je prostornina milijon molekul vode? Koliko je masa ene molekule vode (izrazi v kg)? Relativna atomska masa vodika je 1 , kisika pa 16 .
37. Koliko je prostornina milijarde molekul kuhinjske soli? Koliko je masa ene molekule soli (izrazi v kg)? Relativna atomska masa natrija je 23 , klora pa 35 . Gostota kuhinjske soli je $2,16 \text{ g/cm}^3$.

5.6 kalorimetrija

1. Vodna para je pri tlaku $p = 1,013 \text{ bara}$ zaprta v posodi s prostornino $V = 1,5 \text{ m}^3$ in ima temperaturo $T = 150^\circ\text{C}$. V posodo vržemo 1 kg ledu s temperaturo -20°C . Koliko je zmesna temperatura, koliko ledu, vode in pare dobimo? (konstante: $c_p(\text{H}_2\text{O}) = 4200 \text{ J/(kgK)}$, $c_p(\text{led}) = 2200 \text{ J/(kgK)}$, $R = 8314 \text{ J/kmolK}$, $q_i = 2,26 \text{ MJ/kg}$, $q_t = 334 \text{ kJ/kg}$)

Rp: Nastane $0,97 \text{ kg}$ vode in $4,33 \text{ kg}$ vodne pare (oboje pri $T = 100^\circ\text{C}$).

2. V posodi je 101 g vode in $0,5 \text{ kg}$ ledu. Vanjo postavimo vroč kos svinca mase 6 kg . Kolikšna je bila temperatura svinca, če se je ravno ves led stalil? ($c_p = 130 \text{ J/(kgK)}$, $q_t = 334 \text{ kJ/kg}$)
3. V $0,5 \text{ kg}$ vode s temperaturo 18°C damo 300 g cinka s temperaturo 100°C . Končna temperatura je $22,2^\circ\text{C}$. Kolikšna je specifična toplota cinka? ($c_p(\text{H}_2\text{O}) = 4200 \text{ J/(kgK)}$)

Rp: $c_p(\text{Zn}) = 378 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$

4. V $2,5 \text{ kg}$ vode s temperaturo 17°C potopimo svinčeno kroglico z maso 300 g in temperaturo 64°C . Kolikšna je končna temperatura? ($c_p(\text{H}_2\text{O}) = 4200 \text{ J/(kgK)}$, $c_p(\text{Pb}) = 130 \text{ J/(kgK)}$)

Rp: $T = 17,17^\circ\text{C}$

5. Kos aluminija z maso 300 g in temperaturo 93°C potopimo v 3 kg vode s temperaturo 17°C . Kolikšna je končna temperatura? ($c_p(\text{H}_2\text{O}) = 4200 \text{ J/(kgK)}$, $c_p(\text{Al}) = 1000 \text{ J/(kgK)}$)

Rp: $T = 291,8 \text{ K} = 18,8^\circ\text{C}$

6. Zmešamo 3 kg vode s temperaturo 70°C in 2 kg vode s temperaturo 10°C . Kolikšna je končna temperatura vode? ($c_p(\text{H}_2\text{O}) = 4200\text{J}/(\text{kgK})$)

Rp: $T = 319\text{K} = 46^{\circ}\text{C}$

7. 400 g ledu s temperaturo -30°C potopimo v 2,5 kg vrele vode. Kolikšna je zmesna temperatura, ko se ves led stali?

Rp: $T = 73^{\circ}\text{C}$

8. 2,5 kg vode s temperaturo 90°C je treba ohladiti na 10°C . Koliko ledu s temperaturo 0°C moramo spustiti v vodo?

Rp: $m = 2,23\text{kg}$

9. Koliko toplote je potrebno, da iz 1 kg ledu pri tališču dobimo vodo s temperaturo 20°C ?

Rp: $\Delta T = 418\text{kJ}$

10. Kos kovine z maso 2,4 kg in s temperaturo 120°C vržemo v 0,5 kg zdrobljenega ledu s temperaturo -10°C . Končna temperatura vode in kovine je 46°C . Kolikšna je specifična toplota kovine?

Rp: $c_p = 1602\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

11. Koliko vodne pare moramo napeljati v 5 kg vode s temperaturo 10°C , da bo zmesna temperatura 25°C ? Para ima temperaturo 100°C .

Rp: $m = 8,17\text{kg}$

12. 1 l vrelega čaja hočemo ohladiti na 45°C . Koliko hladnega čaja s temperaturo 20°C moramo doliti?

Rp: $m = 2,2\text{kg}$

13. Koliko aluminija s temperaturo 93°C moramo potopiti v 1,5 kg vode s temperaturo 18°C , da bo končna temperatura obeh 40°C ?

Rp: $m = 2,6\text{kg}$

14. V 0,5 kg ledeno mrzle vode napelji 0,1 kg vodne pare s temperaturo 100°C . Kaj dobiš na koncu?

Rp: ko v ledeno mrzlo vodo napeljemo paro, se prične voda segrevati, pri tem pa se para kondenzira; če bo pare dovolj se bo voda segrela na 100°C , drugače pa bo para popolnoma kondenzirala in se nato še ohladila pri kondenzaciji pare dobimo toploto:

$$Q_l = m_p q_i = 0,1\text{kg} \cdot 2,26 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 226\text{kJ}$$

pri segrevanju od 0°C do 100°C prejme voda toploto:

$$Q_v = m_v c_p \Delta T = 0,5\text{kg} 4200 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} 100\text{K} = 210\text{kJ}$$

ker ima para večjo zalogo toplote, kot jo potrebuje za segrevanje vode sklepamo, da bo še del vode izparel:

$$Q = Q_p - Q_v = 16\text{kJ}$$

s katero lahko izparimo še:

$$m = \frac{Q}{q_i} = \frac{16\text{kJ}}{2,26\text{MJ}/\text{kg}} = 7\text{g}$$

torej imamo na koncu mešanico vode in pare pri 100°C ; pare je 107 g vode pa 493 g vrele vode

15. V 1 kg ledeno mrzle vode napelji 0,1 kg vodne pare s temperaturo 100°C. Kaj dobiš na koncu?

Rp: $T_k = 58^\circ\text{C}$

16. V 1 kg vode s temperaturo 60°C deni 1 kg ledu s temperaturo 0°C. Kaj dobiš na koncu?

Rp: Dobimo 0,256 kg ledu (pri 0°C) in 1,75 kg vode (pri 0°C).

17. V 0,5 kg vode s temperaturo 60°C deni 0,2 kg ledu s temperaturo 0°C. Kaj dobiš na koncu?

Rp: ko damo led v vodo, se prične led taliti, če bo ledu dovolj se bo voda ohladila na 0°C, drugače pa se bo ves led stalil in nato še segrel za taljenje ledu potrebujemo toploto:

$$Q_l = m_l q_t = 0,2 \text{ kg} \cdot 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 66,8 \text{ kJ}$$

pri ohlajanju do 0°C odda voda toploto:

$$Q_v = m_v c_p \Delta T = 0,5 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 60 \text{ K} = 126 \text{ kJ}$$

ves led se je stalil, voda se je ohladila na 0°C, tako da imamo sedaj 0,7 kg vode pri 0°C in še nam ostane nekaj toplote:

$$Q = Q_v - Q_l = 59,2 \text{ kJ}$$

s katero lahko segrejemo vseh 0,7 kg vode za:

$$\Delta T = \frac{Q}{m c_p} = \frac{Q_v - Q_l}{(m_v + m_l) c_p} = \frac{59,2 \text{ kJ}}{0,7 \text{ kg} \cdot 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}} = 20,1^\circ\text{C}$$

torej ima 0,7 kg vode na koncu temperaturo 20,1°C

18. V 0,5 kg ledeno mrzle vode napelji 0,1 kg vodne pare s temperaturo 100°C. Kaj dobiš na koncu?

Rp: ??? ???. Dobimo 0,00265 kg pare (pri $T = 10^\circ\text{C}$) in 1,49735 kg vode (pri $T = 150^\circ\text{C}$).

19. V 1 kg ledu pri $T = -30^\circ\text{C}$ zlijemo 2 kg vode pri $T = 50^\circ\text{C}$ nato pa še v zmes napeljemo 1 kg vodne pare s $T = 130^\circ\text{C}$. Kaj dobimo na koncu?

Rp: Dobimo 0,48 kg vodne pare in 3,52 kg vode (oboje pri $T = 100^\circ\text{C}$).

20. 2 kg vode s temperaturo 90°C je treba ohladiti na 0°C. Koliko ledu s temperaturo 0°C moramo spustiti v vodo? [$c_p(\text{H}_2\text{O}) = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$, $q_t = 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$]

21. Kos kovine z maso 400 g in temperaturo 207°C potopimo v 1 kg vode s temperaturo 13°C. Zmesna temperatura je 20°C. Koliko je specifična toplota kovine? [$c_p(\text{H}_2\text{O}) = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$]

22. Za koliko stopinj Celzija se segreje žoga z maso 150 g, če ji dovedemo 100 kJ toplote? (specifična toplota žoge $c_p = 8000 \text{ J/kgK}$)

23. Ledu, ki ima maso 0,5 kg in temperaturo 0°C dovedemo 400 kJ toplote. Opiši spremembo! Koliko je ravnovesna temperatura?

24. Voda ima temperaturo 100°C in maso 1,5 kg. Dovedemo ji 2 MJ toplote. Opiši spremembo! Koliko je ravnovesna temperatura?

25. Koliko toplote potrebujemo, da stalimo 100 g ledu, ki ima temperaturo -20°C ? (talilna toplota vode $q_t = 334 \text{ kJ/kg}$, specifična toplota ledu $c_p = 2200 \text{ J/kgK}$)

26. Za koliko stopinj Celzija se segreje 2 g aluminija, če mu dovedemo 200 kJ toplote?

27. Koliko vode segrejemo od 20°C do 70°C s 100 kJ toplote?

28. Za koliko stopinj se segreje 2 decilitra vode, če ji dovedemo 100 kJ toplote? (specifična toplota vode $c_p = 4200 \text{ J/kgK}$)
29. 3 kg vode s temperaturo 80°C je treba ohladiti na 20°C . Koliko ledu s temperaturo 0°C moramo spustiti v vodo?
30. 3 dcl mleka s temperaturo 20°C je treba segreti na 80°C . Koliko vodne pare s temperaturo 100°C moramo spustiti v mleko? ($c_p = 4000 \text{ J/kgK}$, $q_i = 2,26 \text{ MJ/kg}$, $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$)
31. 2 kg vode s temperaturo 90°C je treba ohladiti na 10°C . Koliko ledu s temperaturo 0°C moramo spustiti v vodo? ($c_p = 4200 \text{ J/kgK}$, $q_t = 334 \text{ kJ/kg}$)
32. Kos kovine z maso 300 g in temperaturo 193°C potopimo v 1 kg vode s temperaturo 17°C . Zmesna temperatura je 30°C . Koliko je specifična toplota kovine? [$c_{pH_2O} = 4200 \text{ J/kgK}$]
33. Toplotno izolirano posodo, v kateri je voda pri 0°C , izčrpavamo tako, da sproti odvajamo nastalo paro. Kolikšen del vode izpari, preden preostala voda zmrzne? Izparilna toplota vode pri 0°C je $2,5 \text{ MJ/kg}$, talilna toplota ledu pa 349 kJ/kg .
34. V toplotno izolirano posodo natočimo 300 g vode, ki ima temperaturo 0°C . Dodamo led, ki ima prav tako temperaturo 0°C . V posodo potopimo grelec. Merimo temperaturo v posodi v odvisnosti od časa in ugotovimo, da je prvih 30 s temperatura 0°C , nato pa v naslednjih 40 s naraste na 20°C . Koliko ledu smo dali v posodo in kolikšna je moč grelca?

Rp: Upoštevamo, da led prejme toploto $Pt_1 = m_1q_t$, kjer je t_1 čas taljenja ledu. Voda (nekaj je je bilo že na začetku, nekaj pa je nastalo, ko se je led stalil) pa prejme toploto $Pt_2 = (m_1 + m_2)c_p\Delta T$. Tako izračunamo, da smo v posodo dali 70 g ledu, moč grelca pa je 776 W.

35. V toplotno izolirano posodo natočimo 200 g vode, ki ima temperaturo 0°C . Dodamo led, ki ima prav tako temperaturo 0°C . V posodo potopimo grelec. Merimo temperaturo v posodi v odvisnosti od časa in ugotovimo, da je prvih 20 s temperatura 0°C , nato pa v naslednjih 30 s naraste na 40°C . Koliko ledu smo dali v posodo in kolikšna je moč grelca?

Rp: V posodo smo dali 100 g ledu, moč grelca pa je 1,685 kW.

36. V toplotno izolirano posodo smo dali vodo. Nato smo dodali 75 g ledu s temperaturo 0°C . Merili smo temperaturo vode v odvisnosti od časa. Meritve so podane v tabeli:

$t[\text{s}]$	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$T[^\circ\text{C}]$	63	51,7	46,9	44,0	42,5	41,4	40,7	39,7	39,5	39,5

Nariši graf temperature v odvisnosti od časa! Koliko je zmesna temperatura? Koliko vode je bilo na začetku v posodi?

Rp: Ko točke vnesemo v graf, jih povežemo s sklenjeno krivuljo, ki se jim kar najbolj prilaga (slika 30). Z grafa zlahka določimo zmesno oziroma končno temperaturo $T_k = 39,5^\circ\text{C}$. Ker poznamo začetno temperaturo vode $T_z = 63^\circ\text{C}$ je sprememba temperature vode $\Delta T = 23,5^\circ\text{C}$ enostavno določiti.

Začetno maso vode lahko določimo, če predpostavimo, da je opazovani sistem zares toplotno izoliran. Pomeni, da led prejme natanko toliko toplote kot jo voda odda:

$$m_v c_p \Delta T_v = m_l q_t + m_l c_p \Delta T_l$$

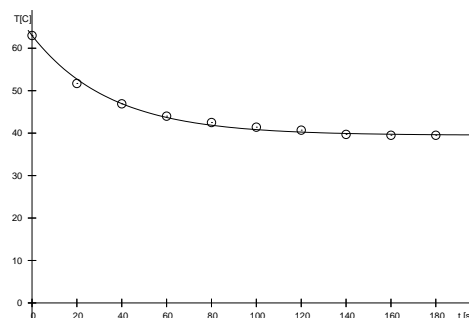
vidimo, da moramo iz grafa razbrati še, koliko je sprememba temperature vode, ki je nastala iz ledu $\Delta T_l = 39,5^\circ\text{C}$. Izrazimo maso vode m_v in izračunamo:

$$m_v = \frac{m_l q_t + m_l c_p \Delta T_l}{c_p \Delta T_v} = \frac{25,05 \text{ kJ} + 12,44 \text{ kJ}}{98,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0,3798 \text{ kg} = 380 \text{ g}$$

37. V toplotno izolirano posodo smo dali 306 g vode. Nato smo dodali led s temperaturo 0°C . Merili smo temperaturo vode v odvisnosti od časa. Meritve so podane v tabeli:

$t[\text{s}]$	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
$T[^\circ\text{C}]$	48	36,7	31,9	29,0	27,5	26,4	25,7	24,7	24,6	24,6

Nariši graf temperature v odvisnosti od časa! Koliko je zmesna temperatura? Koliko ledu smo dodali v posodo?



Slika 30: Temperatura vode, ki smo ji dodali moker led se eksponentno približuje končni oziroma ravnovesni temperaturi.

Rp: $m_l = 69 \text{ g}$

38. Voda ima pri 20°C gostoto $0,99829 \text{ g/cm}^3$. Koliko toplote moramo dovesti 200 g vode, da bo gostota vode $0,97160 \text{ kg/dm}^3$. Temperaturno raztezanje posode zanemarimo! Povprečni temperaturni koeficient prostorninskega raztezanja vode je $42,3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, specifična toplota vode je $4,2 \text{ kJ/kgK}$.

Rp: Če se spomnimo, da lahko temperaturni koeficient definiramo tudi takole

$$\beta = \frac{1}{\varrho} \frac{\Delta \varrho}{\Delta T}$$

potem lahko hitro izračunamo:

$$Q = mc_p \Delta T = mc_p \frac{\Delta \varrho}{\beta \varrho} = 54,6 \text{ kJ}$$

Lahko pa računamo postopoma: najprej prostornino pri začetni temperaturi $V_1 = \frac{m}{\varrho_1} = 200,3 \text{ cm}^3$, nato prostornino pri končni temperaturi $V_2 = \frac{m}{\varrho_2} = 205,8 \text{ cm}^3$ in še spremembo prostornine $\Delta V = \Delta V_2 - \Delta V_1 = 5,55 \text{ cm}^3$. Sedaj lahko izračunamo še spremembo temperature:

$$\Delta V = \beta V \Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{\Delta V}{\beta V} = 65,46^\circ\text{C}$$

in končno še toploto:

$$Q = mc_p \Delta T = 54,9 \text{ kJ}$$

39. Voda ima pri 90°C gostoto $0,96506 \text{ g/cm}^3$. Koliko toplote moramo odvzeti 300 g vode, da bo gostota vode $0,99713 \text{ kg/dm}^3$. Temperaturno raztezanje posode zanemarimo! Povprečni temperaturni koeficient prostorninskega raztezanja vode je $47,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, specifična toplota vode je $4,2 \text{ kJ/kgK}$.

Rp: $Q = -85,5 \text{ kJ}$

40. Kos železa ima maso 500 g in temperaturo 210°C . Potopimo ga v mešanico 100 g ledu in 200 g vode, ki je v toplotno izolirani posodi. Namerimo ravnovesno temperaturo 10°C . Koliko je specifična toplota železa?

5.7 energijski zakon

- Vodovodna pumpa potiska vodo v 40 m višje ležeči zbiralnik. Z najmanj kolikšno tlačno razliko mora pumpa delati?
- Grelec z močjo 500 W potopimo v 2 kg vode s temperaturo 20°C . V kolikšnem času bo izparelo 500 g vode?

3. V aluminijasti posodi z maso 0,5 kg je voda z maso 3 kg in s temperaturo 15°C. Za koliko časa moramo vključiti električni grelec z močjo 300 W, da se voda segreje na temperaturo 55°C? ($c_p(H_2O) = 4200 \text{ J/(kgK)}$, $c_p(Al) = 1000 \text{ J/(kgK)}$)
4. V izolirani posodi je 100 g ledu s temperaturo -10°C . Segrevamo ga z 200 wattnim grelcem. V kolikšnem času dobimo iz ledu vodo s temperaturo 30°C ?
5. V akvariju je 20 kg vode, ki jo je treba z gretjem obdržati pri stalni temperaturi 25°C . Če izključimo grelec, se v sobi, kjer je temperatura 15°C , voda ohladi v pol ure na 23°C . Kolikšno moč mora imeti grelec?
6. Koliko toplote moramo dovesti, da segrejemo 5 kg butana za 5°C ?
7. 1 m^3 kisika pri tlaku 2 bara segrejemo z 20°C a 100°C . Koliko toplote moramo dovesti plinu in kolikšna je sprememba notranje energije? Koliko sta povprečni hitrosti molekul pri obeh temperaturah?
8. Zrak v sobi s prostornino $4 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 2,8 \text{ m}$, ki je toplotno izolirana, hočemo v pol ure segreti od 15°C na 18°C . Kolikšno moč mora imeti električna peč?
9. Zrak se adiabatno segreje. Koliko je končna temperatura zraka, če je bila začetna 0°C in se je zraku povečala notranja energija za 500 kJ? Prostornina zraka je 50 m^3 .
10. 20l zraka s tlakom 1 kN/cm^2 razpnemo izotermno pri temperaturi 40°C na tlak 20 N/cm^2 . Koliko dela pri tem opravi zrak? Za koliko se spremeni njegova notranja energija?
11. V peči pokurimo 3 kg premoga s sežigno toploto $16,8 \text{ MJ/kg}$, da segrejemo 10 kg ledeno mrzle vode do vrelišča. Kolikšen je toplotni izkoristek peči?
12. Lokomotiva z maso 20 t vozi s hitrostjo 72 km/h v klanec, nagnjen za 3° . Koliko bencina s sežigno toploto $42,8 \text{ MJ/kg}$ porabi v 15 minutah? Izkoristek motorja je 32%.
13. Telo z maso 1 kg in $c_p = 840 \text{ J/(kgK)}$ spustimo z višine 50 m. S kolikšno hitrostjo se telo odbije od tal, če se ob udarcu ob tla segreje za $0,4 \text{ K}$? Izmenjavo toplote z okolico zanemari!
14. Telo z maso 1 kg spustimo z višine 50 m. Za koliko se telo segreje pri udarcu ob tla, če se od tal odbije tako, da doseže višino 5 m? Izmenjavo toplote z okolico zanemari! ($c_p = 840 \text{ J/(kgK)}$)
15. S kolikšno hitrostjo moramo izstreliti svinčeno kroglico z maso 1 g in s temperaturo 20°C proti trdi podlagi, da se ob neprožnem trku s podlago stali? Specifična toplota svinca je 130 J/(kgK) , tališče ima pri 327°C , talilna toplota svinca pa je $22,5 \text{ kJ/kg}$.
16. 2 m^3 zraka pri tlaku 1 bar segrejemo z 20°C na 50°C . Koliko toplote moramo dovesti plinu in koliko dela opravi plin, ko se razteza? Koliko je sprememba notranje energije plina? ($c_p = 7/2R/M$) Koliko je sprememba povprečne hitrosti molekul kisika v zraku? Koliko je sprememba povprečne kinetične energije molekule dušika v zraku?

Rp:

$$Q = \frac{7}{2}pV \frac{\Delta T}{T} = 71,7 \text{ kJ}$$

$$A = -p\Delta V = -pV \frac{\Delta T}{T} = -20,5 \text{ kJ}$$

$$\Delta W_n = Q + A = 71,7 \text{ kJ} - 20,5 \text{ kJ} = 51,2 \text{ kJ}$$

$$\Delta \bar{v} = \bar{v}_k - \bar{v}_z = \sqrt{\frac{3RT_k}{M}} - \sqrt{\frac{3RT_z}{M}} = 502 \text{ m/s} - 478 \text{ m/s} = 24 \text{ m/s}$$

$$\Delta \bar{W}_k = \frac{3}{2}k(T_k - T_z) = 6,21 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

pravzaprav

$$\Delta \bar{W}_k = \frac{5}{2}k(T_k - T_z) = 10,35 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

17. 4 m^3 zraka pri tlaku 1 bar segrejemo z 10°C na 40°C . Koliko toplote moramo dovesti plinu in koliko dela opravi plin, ko se razteza? Koliko je sprememba notranje energije plina? ($c_p = 7/2R/M$) Koliko je sprememba povprečne hitrosti molekul dušika v zraku? Koliko je sprememba povprečne kinetične energije molekule kisika v zraku?

Rp: $Q = 148,4\text{ kJ}$, $A = -42,4\text{ kJ}$, $\Delta W_n = 106\text{ kJ}$, $\Delta \bar{v} = 18\text{ m/s}$, $\Delta \bar{W}_k = 6,21 \cdot 10^{-22}\text{ J}$;
pravzaprav $\Delta \bar{W}_k = 10,35 \cdot 10^{-22}\text{ J}$

18. V sobi je zrak pri temperaturi 30°C in tlaku 935 mbara. Soba ima dimenzije $4\text{ m} \times 5\text{ m} \times 3\text{ m}$. Koliko toplote mora oddati zrak v sobi, so se ohladi na 10°C . ($c_p = \frac{7R}{2M}$) Koliko se mu pri tem spremeni notranja energija? Koliko je sprememba povprečne hitrosti molekul dušika v zraku? Koliko zraka pri tem pride v sobo skozi špranje pri vratih in oknih? Kako to vpliva na odvedeno toploto?

Rp: ko se plin ohladi mora oddati toploto, ker se pri tem krči prejema delo od okolice, zato je sprememba njegove notranje energije manjša kot je odvedena toplota odvedena toplota

$$Q = mc_p \Delta T = \frac{7}{2} pV \frac{\Delta T}{T} = -1,3\text{ MJ}$$

notranja energija se zmanjša:

$$\Delta W_n = Q - p\Delta V = \frac{5}{2} pV \frac{\Delta T}{T} = \frac{5}{7} Q = -926\text{ kJ}$$

ker se zmanjša temperatura zraka v sobi se zmanjša tudi poprečna hitrost molekul N_2 : povprečna hitrost molekul dušika na začetku:

$$\bar{v}_z = \sqrt{\frac{3RT_z}{M_{N_2}}} = 520 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

povprečna hitrost molekul dušika na koncu:

$$\bar{v}_k = \sqrt{\frac{3RT_k}{M_{N_2}}} = 502 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

sprememba hitrosti molekul:

$$\Delta \bar{v} = \bar{v}_k - \bar{v}_z = -18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

lahko pa bi opustili račun začetne in končne hitrosti in zapisali razliko:

$$\Delta \bar{v} = \sqrt{\frac{3R}{M}} (\sqrt{T_k} - \sqrt{T_z}) = -18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ker se zrak v sobi ohladi, se skrči in zato skozi špranje vdre nekaj zunanjega zraka:

$$\Delta V = \frac{V\Delta T}{T} = -4\text{ m}^3$$

ki vpliva na odvedeno toploto, pač glede na svojo temperaturo. Če je zunanji zrak toplejši od zraka v sobi, potem mora zrak odvesti več toplote, kot smo naračunali, če pa je hladnejši, potem je odvedena toplota manjša, ker se mešata zunanji hladen zrak in notranji toplej ter se zaradi tega zraku v sobi manjša temperatura.

19. V učilnici je zrak pri temperaturi 10°C in tlaku 1035 mbara. Učilnica ima dimenzije $5\text{ m} \times 7\text{ m} \times 3\text{ m}$. Koliko toplote moramo dovesti zraku v učilnici, da ga segrejemo na 30°C . ($c_p = \frac{7R}{2M}$) Koliko se mu pri tem spremeni notranja energija? Koliko je sprememba povprečne hitrosti molekul kisika v zraku? Koliko zraka pri tem uide iz učilnice skozi špranje pri vratih in oknih? Kako to vpliva na dovedeno toploto?

Rp: ko se plin segreje mora prejeti toploto, ker se pri tem razteza opravlja delo na okolici, zato je sprememba njegove notranje energije manjša kot je dovedena toplota

$$Q = mc_p \Delta T = \frac{7}{2} pV \frac{\Delta T}{T} = 2,69 \text{ MJ}$$

notranja energija se poveča:

$$\Delta W_n = Q - p\Delta V = \frac{5}{2} pV \frac{\Delta T}{T} = \frac{5}{7} Q = 1,92 \text{ MJ}$$

ker se poveča temperatura zraka v sobi se poveča tudi poprečna hitrost molekul O_2 : povprečna hitrost molekul kisika na začetku:

$$\bar{v}_z = \sqrt{\frac{3RT_z}{M_{O_2}}} = 467 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

povprečna hitrost molekul kisika na koncu:

$$\bar{v}_k = \sqrt{\frac{3RT_k}{M_{O_2}}} = 486 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

sprememba hitrosti molekul:

$$\Delta \bar{v} = \bar{v}_k - \bar{v}_z = 19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

lahko pa bi spustili račun začetne in končne hitrosti in zapisali razliko:

$$\Delta \bar{v} = \sqrt{\frac{3R}{M}} (\sqrt{T_k} - \sqrt{T_z}) = 19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ker se zrak v sobi ohladi, se raztegne in zato skozi špranje pobegne iz sobe:

$$\Delta V = \frac{V\Delta T}{T} = 7,42 \text{ m}^3$$

ker je masa zraka v sobi vedno manjša, je zato potrebno dovesti nekaj manj toplote, kot če bi zrak ostal v sobi; pri tem, ko zrak uhaja iz sobe segreva tudi zunanji zrak v okolici

20. 2 m^3 kisika pri tlaku 1 bar segrejemo z 80°C na 100°C . Koliko toplote moramo dovesti plinu in kolikšna je sprememba notranje energije? [$c_{p(O_2)} = \frac{7}{2} \frac{R}{M}$]
21. 2 m^3 dušika pri tlaku 1 bar segrejemo z 20°C na 30°C . Koliko toplote moramo dovesti plinu in kolikšna je sprememba notranje energije? [$c_{p(N_2)} = \frac{7}{2} \frac{R}{M}$]
22. Telo z maso 1 kg spustimo z višine 50 m. Za koliko se telo segreje pri udarcu ob tla, če se od tal odbije s hitrostjo 15 m/s? Izmenjavo toplote z okolico zanemari! ($c_p = 140 \text{ J}/(\text{kgK})$)
23. Telo z maso 1 kg in $c_p = 140 \text{ J}/(\text{kgK})$ spustimo z višine 50 m. S kolikšno hitrostjo se telo odbije od tal, če se ob udarcu ob tla segreje za 3 K? Izmenjavo toplote z okolico zanemari!
24. Toplotni stroj opravlja krožno spremembo, ki poteka med temperaturama 1300°C in 450°C . V enem ciklu prejme 400 J toplote, odda pa 300 J toplote. Kolikšen je izkoristek tega toplotnega stroja? Kolikšna je sprememba notranje energije v enem ciklu? Kolikšna je moč stroja, če opravi 3000 ciklov na minuto? Kolikšen je največji možen izkoristek toplotnega stroja, ki deluje med tema temperaturama?
25. Toplotni stroj opravlja krožno spremembo, ki poteka med temperaturama 1200°C in 550°C . V enem ciklu odda 100 J dela in 400 J toplote. Kolikšen je izkoristek tega toplotnega stroja? Kolikšna je sprememba notranje energije v enem ciklu? Kolikšna je moč stroja, če opravi 3000 ciklov na minuto? Kolikšen je največji možen izkoristek toplotnega stroja, ki deluje med tema temperaturama?

26. Bakreni kroglici se v vakuumu gibljeta v vodoravni smeri druga proti drugi. Prva kroglica z maso 60 g ima hitrost 200 m/s, druga kroglica z maso 40 g pa hitrost 400 m/s. Kroglici trčita in se po trku sprimeta. za koliko se po trku poveča temperatura kroglic? (*Pomožna vprašanja: Koliko je hitrost kroglic po trku? Koliko je skupna kinetična energija kroglice pred trkom in koliko po trku? Koliko je sprememba notranje energije kroglic?*)
27. V termovki je liter vode. Vodo segrejemo s potopnim grelcem od 10°C do 15°C. Koliko časa bi morali mešati vodo z mešalom z močjo 100 W, da bi se voda segrela za enako temperaturno razliko?
28. Kilogramski kos bakra (specifična toplota je 390 J/kgK) s temperaturo 100°C in enako težak kos svinca (specifična toplota je 130 J/kgK) s temperaturo 20°C staknemo in s stekleno volno toplotno izoliramo od okolice. Po dovolj dolgem času se med kovinama vzpostavi temperaturno ravnovesje.
- Za koliko se pri tem spremeni celotna (skupna) notranja energija obeh kosov?
 - Koliko toplote steče skozi stično ploskev?
 - Kolikšno temperaturo ima na koncu svinčeni kos?
 - Kolikšna je sprememba notranje energije posameznega kosa?

5.8 prenos toplote

1. Zimski vrt ima obliko kocke s stranico 4 m. Stene in streha zimskega vrta so iz 36 mm debelih troslojnih oken, ki imajo toplotno prevodnost 0,0252 W/mK. Po celotni površini tal je položena 5 cm debela plast plute, ki ima toplotno prevodnost 0,054 W/mK. Temperatura zraka v okolici je 10°C, temperatura tal je 5°C, v zimskem vrtu pa bi radi imeli stalno temperaturo 30°C. S kolikšno močjo mora grelec v zimskem vrtu segrevati zimski vrt, da bo v njem stalna želena temperatura?

Rp: Zimski vrt oddaja toploto skozi štiri steklene stene, steklen strop in plutovinast pod. Površina sten in stropa je $S_1 = 5a^2 = 80 \text{ m}^2$, površina tal pa $S_2 = a^2 = 16 \text{ m}^2$. Grelec v vrtu mora imeti tolikšno moč, da lahko nadoknadi toplotne izgube skozi steno in tla. Toplotni tok skozi plast z debelino d , površino S in toplotno prevodnostjo λ :

$$P = -\frac{\lambda S \Delta T}{d}$$

Toplotni tok, ki uhaja skozi stene in strop $P_1 = 1120 \text{ W}$, skozi pod pa $P_2 = 432 \text{ W}$. Pri stalni razliki med zunanjo in notranjo temperaturo ΔT je skupni toplotni tok, ki uide skozi stene, strop in tla $P = P_1 + P_2 = 1552 \text{ W}$. In toliko mora biti tudi moč grelca v zimskem vrtu.

2. Paviljon ima obliko kocke s stranico 3 m. Stene in streha paviljona so iz 24 mm debelih dvoslojnih oken, ki imajo toplotno prevodnost 0,0336 W/mK. Po celotni površini tal je položena 5 cm debela plast plute, ki ima toplotno prevodnost 0,042 W/mK. Temperatura zraka v okolici je 30°C, temperatura tal je 25°C, v paviljonu pa bi radi imeli stalno temperaturo 20°C. S kolikšno močjo mora klima naprava v paviljonu ohlajati paviljon, da bo v njem stalna izbrana temperatura?

Rp:

$$P = P_1 + P_2 = 630 \text{ W} + 37,8 \text{ W} = 668 \text{ W}$$

3. V razredu je 30 dijakov. Vsak odda v okolico vsako sekundo 200 J toplote. V razredu je stalna temperatura 20°C. Predpostavimo, da vsa toplota uide iz razreda skozi 80 cm debel zid, ki ima površino 40 m², v okolico, ki ima temperaturo 5°C.
- Koliko je toplotni tok vseh dijakov v razredu?
 - Koliko je gostota toplotnega toka, ki uhaja iz razreda?
 - Koliko je koeficient toplotne prevodnosti stene?

4. V razredu je 30 dijakov. Vsak odda v okolico vsako sekundo 200 J toplote. V razredu je stalna temperatura 20°C . Predpostavimo, da vsa toplota uide iz razreda skozi 80 cm debel zid, ki ima površino 40 m^2 , v okolico, ki ima temperaturo 5°C .
- Koliko je toplotni tok vseh dijakov v razredu?
 - Koliko je gostota toplotnega toka, ki uhaja iz razreda?
 - Koliko je koeficient toplotne prevodnosti stene?
5. Soba ogrevamo s pečjo, ki odda vsako minuto 7 kJ toplote. Čez nekaj časa se v sobi vzpostavi stalna temperatura 25°C . Predpostavimo, da vsa toplota uide iz sobe skozi 20 cm debelo steno, ki ima površino 40 m^2 , v okolico, ki ima temperaturo 10°C .
- Koliko je toplotni tok peči?
 - Koliko je gostota toplotnega toka, ki uhaja iz razreda?
 - Koliko je koeficient toplotne prevodnosti stene?
6. Soba ogrevamo s pečjo, ki odda vsako minuto 13 kJ toplote. Čez nekaj časa se v sobi vzpostavi stalna temperatura 25°C . Predpostavimo, da vsa toplota uide iz sobe skozi 30 cm debelo steno, ki ima površino 20 m^2 , v okolico, ki ima temperaturo 5°C .
- Koliko je toplotni tok peči?
 - Koliko je gostota toplotnega toka, ki uhaja iz razreda?
 - Koliko je koeficient toplotne prevodnosti stene?
7. Andrej živi v bloku v garsonjeri, ki ima le eno zunanjo steno velikosti $5\text{ m} \times 2,5\text{ m}$ in debeline 30 cm. Na tej steni je okno velikosti $2,0\text{ m} \times 1,2\text{ m}$. Okno ima debelino 1 cm in koeficient toplotne prevodnosti $0,2\text{ W}/(\text{mK})$. Koeficient toplotne prevodnosti stene je $0,6\text{ W}/(\text{mK})$. Nekega dne je zunaj temperatura 5°C , Andrej pa ima v sobi stalno temperaturo 25°C .
- Koliko je toplotni tok skozi steno?
 - Koliko je toplotni tok skozi okno?
 - Koliko je razmerje med gostotama toplotnega toka skozi okno in skozi steno?
8. Sara živi v bloku v garsonjeri, ki ima le eno zunanjo steno velikosti $7\text{ m} \times 2,5\text{ m}$ in debeline 70 cm. Na tej steni je okno velikosti $2,5\text{ m} \times 1,2\text{ m}$. Okno ima debelino 1 cm in koeficient toplotne prevodnosti $0,1\text{ W}/(\text{mK})$. Koeficient toplotne prevodnosti stene je $0,8\text{ W}/(\text{mK})$. Nekega dne je zunaj temperatura 5°C , Sara pa ima v sobi stalno temperaturo 20°C .
- Koliko je toplotni tok skozi steno?
 - Koliko je toplotni tok skozi okno?
 - Koliko je razmerje med gostotama toplotnega toka skozi okno in skozi steno?
9. Betonski vodni zbiralnik ima 10 m^2 sten debeline 8 cm. Temperatura vode je 25°C , zunanja pa 10°C . Koliko vatni grelec potrebujemo, da ima voda stalno temperaturo 25°C ? (toplotna prevodnost sten je $0,3\text{ kcal}/(\text{m h st}) = 0,35\text{ W}/(\text{m K})$)
10. Soba meji z zidom površine 12 m^2 in debeline 0,3 m na zrak nad cesto, kjer je temperatura -5°C . Kolikšna bo končna temperatura v sobi, če jo stalno segrevamo s 750 W grelcem? Toplotna prevodnost zidu je $0,75\text{ W}/(\text{m K})$.
11. Koča ima 100 m^2 lesenih sten debeline 30 cm. Kolikšno temperaturo bo držal v sobi 1 kW grelec, če je zunanja temperatura 0°C in je toplotna prevodnost lesa $0,2\text{ kcal}/(\text{m h st}) = 0,233\text{ W}/(\text{m K})$? Kolikšna je v tem primeru gostota toplotnega toka skozi stene?
12. Želeli smo ugotoviti toplotno prevodnost dvoslojnega okna. Izmerili smo njegovo debelino 24 mm in njegovo površino $8,3\text{ m}^2$. Okno smo vgradili v eksperimentalno komoro. Na notranji strani je bila temperatura stalna ($T_n = 30^{\circ}\text{C}$). Za to je skrbela peč, kateri smo lahko merili moč P , ki jo porablja za ogrevanje komore. Na zunanji strani smo spreminjali zunanjo temperaturo T . Meritve so zbrane v tabeli.

$T[^\circ\text{C}]$	-5,1	-1,0	2,8	9,1	13,0	18,3	24,0
$P[\text{W}]$	402	358	315	245	198	123	55

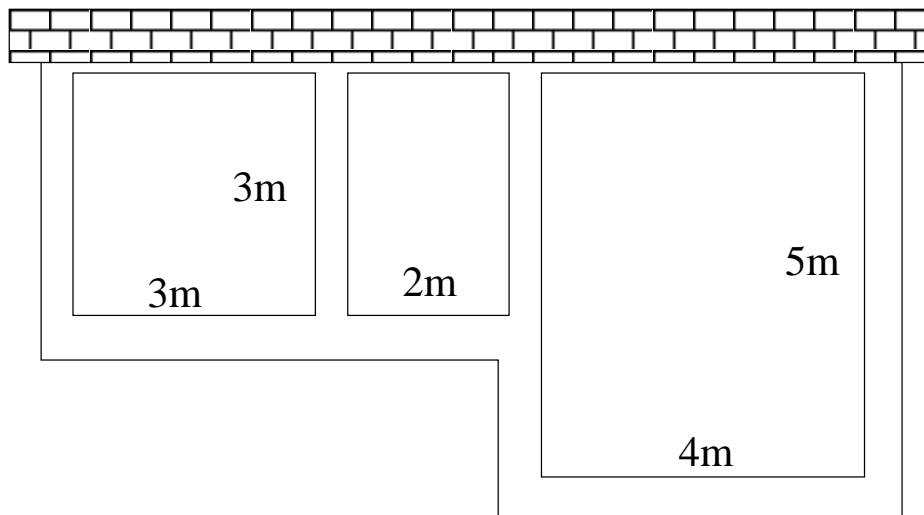
Nariši graf moči v odvisnosti od zunanje temperature! Koliko je toplotna prevodnost stekla?
(+)Koliko je relativna napaka tako določene toplotne prevodnosti? Rezultat primerno zapiši!

13. Želeli smo ugotoviti toplotno prevodnost siporeksa. Izmerili smo njegovo debelino 34 cm in njegovo površino 35 m². S siporeks steno smo zazidali eksperimentalno komoro. Na zunanji strani je bila temperatura stalna ($T_z = 5^\circ\text{C}$). Znotraj smo spreminjali zunanjo temperaturo T , tako da smo uporabili peč, kateri smo lahko merili moč P , ki jo porablja za ogrevanje komore. Meritve so zbrane v tabeli.

$T[^\circ\text{C}]$	7,0	11,3	13,4	15,6	18,2	20,7	24,4
$P[\text{W}]$	53	160	214	270	377	513	548

Nariši graf moči v odvisnosti od notranje temperature! Koliko je toplotna prevodnost siporeksa?
(+)Koliko je relativna napaka tako določene toplotne prevodnosti? Rezultat primerno zapiši!

14. Tri sobe s tlorisom na sliki 31 ogrevamo z dvema pečema. Močnejša v desni sobi ima moč 2,5 kW. Tla, strop in zunanja stena so dobro izolirani. Debeline notranjih sten so 20 cm, zunanjih 30 cm in višine sob 3 m. Toplotna prevodnost sten je 0,6 W/mK. Kolikšna bo moč peči v levi sobi, da bo temperatura srednje sobe enaka temperaturi v levi sobi? kolikšne so tedaj temperature v sobah, če je zunanja temperatura -10°C ?



Slika 31: Tri sobe.

15. Črna krogla s polmerom r ima absolutno temperaturo T in zato seva toplotni tok 100 W. Kolikšen toplotni tok seva črna krogla z dvakrat manjšim polmerom $\frac{r}{2}$ in dvakrat večjo temperaturo $2T$?
16. Črna krogla s polmerom r ima absolutno temperaturo T in zato seva toplotni tok 100 W. Kolikšen toplotni tok seva črna krogla z dvakrat večjim polmerom $2r$ in dvakrat manjšo temperaturo $\frac{T}{2}$?
17. Telo s temperaturo 125°C seva toplotni tok 35 W. Pri kolikšni temperaturi seva to telo toplotni tok 70 W?
18. Kovinska vrata lončene peči s površino 4 dm² imajo na površini temperaturo 150°C . kolikšen toplotni tok sevajo? (Emisivnost vrat je 0,8). Vrata odpremo, da se pokaže plamen, katerega temperatura je okoli 700°C . Kolikšen toplotni tok seva odprtina vrat, če seva kot črno telo?
19. Žarnica ima žarilno nitko, ki ima temperaturo 2700 K. Žarilna nitka je valjaste oblike in ima raztegnjena dolžino 10 cm. Moč žarnice je 40 W, njen svetlobni izkoristek pa 7%.

- (a) Koliko je energijski tok svetlobe, ki jo oddaja žarnica?
- (b) Koliko je presek nitke?
- (c) Na kateri oddaljenosti od žarnice, bi se ti zdela žarnica enako svetla kot Sonce, ki ima zaradi absorpcije v zraku gostoto energijskega toka 1000 W/m^2 ?
20. Žarnica ima žarilno nitko, ki ima temperaturo 2800 K . Žarilna nitka je valjaste oblike in ima raztegnjena dolžino 10 cm . Moč žarnice je 60 W , njen svetlobni izkoristek pa 6% .
- (a) Koliko je energijski tok svetlobe, ki jo oddaja žarnica?
- (b) Koliko je presek nitke?
- (c) Na kateri oddaljenosti od žarnice, bi se ti zdela žarnica enako svetla kot Sonce, ki ima zaradi absorpcije v zraku gostoto energijskega toka 800 W/m^2 ?
21. Nad Zemljo kroži umetni satelit na razdalji 20000 km od središča Zemlje po takšni orbiti, da ga Sonce ves čas obseva. Satelit ima obliko pravokotne plošče, ki je zelo tanka, površina plošče na eni strani je 5 m^2 . Satelit je počrnjen, tako da ne odbija nič svetlobe ter ima specifično toploto 110 J/(kgK) in njegova masa je 70 kg . Kolikšna je ravnovesna temperatura do katere se segreje satelit, ko ga obseva sončna svetloba?
22. Nad Zemljo kroži umetni satelit na razdalji 10000 km od središča Zemlje po takšni orbiti, da ga Sonce ves čas obseva. Satelit ima obliko krogle in je počrnjen, tako da ne odbija nič svetlobe ter ima specifično toploto 120 J/(kgK) , njegova masa je 50 kg , njegov polmer pa 2 m . Kolikšna je ravnovesna temperatura do katere se segreje satelit, ko ga obseva sončna svetloba?
23. Nad Zemljo kroži umetni satelit na razdalji 11000 km od središča Zemlje. Satelit ima obliko krogle in je počrnjen, tako da ne odbija nič svetlobe ter ima specifično toploto 1100 J/(kgK) , njegova masa je 70 kg , njegov polmer pa 1 m .
- (a) Oцени do kolikšne temperature se segreje satelit, ko ga obseva sončna svetloba?
- (b) Oцени do katere temperature se ohladi, ko je skrit v Zemljini senci? (Koliko časa je na Soncu in koliko časa v Zemljini senci?)
24. Nad Zemljo kroži umetni satelit na razdalji 20000 km od središča Zemlje po takšni orbiti, da ga Sonce ves čas obseva. Satelit ima obliko pravokotne plošče, ki je zelo tanka, površina plošče na eni strani je 5 m^2 . Satelit je počrnjen, tako da ne odbija nič svetlobe ter ima specifično toploto 110 J/(kgK) in njegova masa je 70 kg . Kolikšna je ravnovesna temperatura do katere se segreje satelit, ko ga obseva sončna svetloba?
25. Tokrat so podatki zares natančni! Deneb in Vega imata zelo podobno površinsko temperaturo. Deneb ima na površju temperaturo 13000 K , medtem ko ima Vega na površju temperaturo 9000 K . Deneb je od nas oddaljen 3230 svetlobnih let, medtem ko je Vega precej bliže in je oddaljena $25,3$ svetlobnega leta. Zaradi bližine je Vega na nebu svetlejša in sicer 3 krat svetlejša kot Deneb (gostota energijskega toka z Vege je 3 krat večja kot gostota energijskega toka z Deneba). Koliko je razmerje radijev obeh zvezd?
26. Tokrat so podatki zares natančni! Betelgeza v Orionu je rdeča nadorjakinja, ki ima temperaturo na površju samo 3200 K , nje polmer je 1000 krat večji od polmera Sonca od nas pa je oddaljena 427 svetlobnih let. Spica je najsvetlejša zvezda v Devici, njen polmer je 10 krat večji od polmera Sonca od nas pa je oddaljena 262 svetlobnih let. Spica je modra orjakinja in ima temperaturo na površju 25000 K . Kolikokrat svetlejša je Betelgeza od Spice (koliko je razmerje med gostoto energijskega toka z Betelgeze in gostoto energijskega toka s Spice)?
27. Betelgeza ima $1,4 \cdot 10^{11}$ krat manjšo gostoto energijskega toka kot Sonce. Njen polmer je v povprečju 700 krat večji kot polmer Sonca. Temperatura na Sončevem površju je 6000 K , njegov polmer pa 690000 km . Betelgeza je 650 svetlobnih let od nas, Sonce pa 150 milijonov km.
- (a) Koliko je energijski tok s Sonca?
- (b) Koliko je gostota energijskega toka s Sonca?
- (c) Koliko je gostota energijskega toka z Betelgeze?

- (d) Koliko je energijski tok z Betelgeze?
 - (e) Koliko je temperatura na površju Betelgeze?
28. Arktur ima 100 krat večji energijski tok kot Sonce. Temperatura na njegovi površini je 4500 K. Temperatura na Sončevem površju je 6000 K, njegov polmer pa 690000 km. Arktur je 36 svetlobnih let oddaljen od nas, Sonce pa 150 milijonov km.
- (a) Koliko je energijski tok s Sonca?
 - (b) Koliko je energijski tok z Arkturja?
 - (c) Koliko je polmer Arkturja?
 - (d) Kolikokrat je Arkturjev polmer večji od polmera Sonca?
 - (e) Kolikokrat je gostota energijskega toka s Sonca večja od gostote energijskega toka z Arkturja?

5.9 statistična mehanika

1. Kolikšna je povprečna kinetična energija in povprečna hitrost molekule N_2 v zraku pri sobni temperaturi?
2. Kolikšna je povprečna kinetična energija in povprečna hitrost molekule CO_2 v zraku pri sobni temperaturi?
3. Kolikšna je povprečna kinetična energija in povprečna hitrost molekule H_2O v zraku pri sobni temperaturi?
4. Kolikokrat je povprečna kinetična energija kisikove molekule pri temperaturi $200^\circ C$ večja kot pri temperaturi $-200^\circ C$?
5. Kolikokrat je povprečna hitrost molekul CO_2 večja pri temperaturi $100^\circ C$ kot pri temperaturi $0^\circ C$?